

Arbeitsgruppe Reaktorbetrieb
KERNFORSCHUNGSANLAGE JÜLICH
des Landes Nordrhein-Westfalen

PHYSIKALISCHE GRUNDLAGEN DES
FRJ - 2 (DIDO)

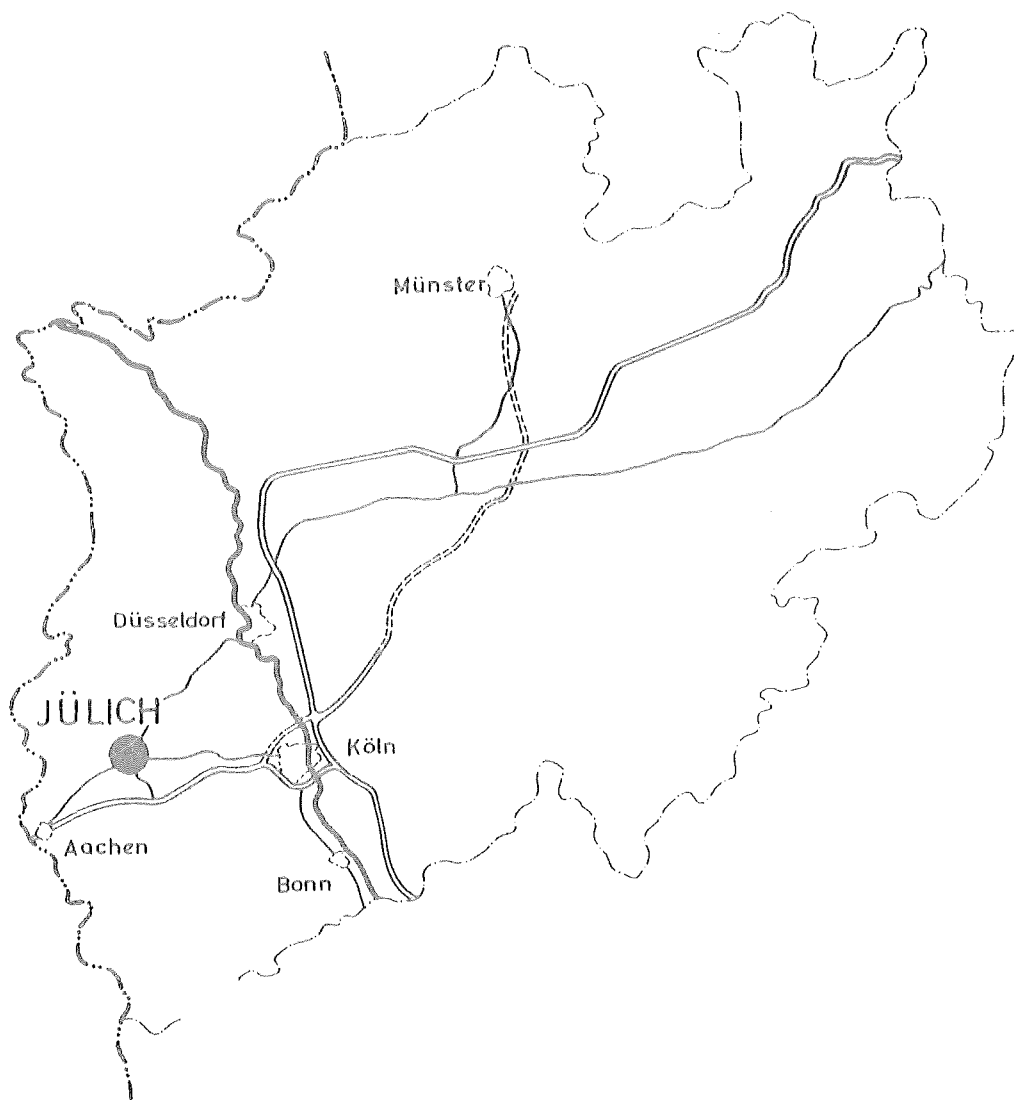
von

O. Schaffer

Jül - 50 - RE

März 1962

Als Manuskript gedruckt



Berichte der Kernforschungsanlage Jülich – Nr. 50

Arbeitsgruppe Reaktorbetrieb Jül – 50 – RE

Dok.: FRJ - 2 - (DIDO) * DK 621.039.572 (43) FRJ - 2 -

Zu beziehen durch: ZENTRALBIBLIOTHEK der Kernforschungsanlage Jülich,
Jülich, Bundesrepublik Deutschland

PHYSIKALISCHE GRUNDLAGEN DES FRJ - 2 (DIDO)

von

O. Schaffer

I n h a l t

1. Einleitung

2. Kernberechnung

2.1 Allgemeine Ansätze zur Lösung der Zweigruppen-Diffusionsgleichungen für Kern und Reflektor

2.1.1 Kern

2.1.2 Reflektor

2.2 Spezielle Lösungen des Zylinderproblems

2.2.1 Mögliche Lösungen der zeitunabhängigen Wellengleichung

2.2.2 Spezielle Lösung für den radial reflektierten Reaktor (Radialreflektor)

2.2.3 Spezielle Lösung für den endreflektierten Reaktor (Endreflektor)

2.2.4 Näherungslösung für den allseitig reflektierten zylindrischen Reaktor

2.3 Ergebnisse der numerischen Rechnung für den FRJ-2

2.3.1 Kern- und Reflektor-Parameter

2.3.2 Kritische Masse und Fluedichtevertelung

2.3.3 Reaktivitätsänderung in Abhängigkeit von der Kernbeladung

3. Temperaturverhalten bei stationärem Reaktorbetrieb

3.1 Temperaturverteilung im zentralen Brennelement

3.1.1 Mittlere und maximale Leistungsdichte

3.1.2 Wärmedurchgangszahlen

3.1.3 Kühlmitteltemperaturen

3.1.4 Temperaturen an der Außenfläche der Brennstoffplatten-Umhüllung

3.1.5 Temperaturen der Brennstoffplatten

3.2 Auswertung für den FRJ-2

4. Störungsrechnung

- 4.1 Die Zweigruppen-Störungsformel
- 4.2 Xenon-Vergiftung
- 4.3 Samarium-Vergiftung
- 4.4 Reaktivitätsänderung durch Blasenbildung
- 4.5 Reaktivitätsänderung durch Abbrand
- 4.6 Temperaturkoeffizient der Reaktivität
- 4.7 Reaktivitätsbilanz

5. Reaktivitätseinfluß der Kontroll-Absorber

- 5.1 Zusatz-Abschaltstäbe
- 5.2 Feinkontrollstab
- 5.3 Grob-Kontrollarme

6. Reaktorkinetik

- 6.1 Neutronenlebensdauer
- 6.2 Reaktorperiode als Funktion der Reaktivität
- 6.3 Die kinetischen Gleichungen
- 6.4 Kinetisches Verhalten des FRJ-2 bei sprunghaften Reaktivitätsänderungen

7. Nachtrag zur Kernberechnung

Physikalische Grundlagen des FRJ-2 (DIDO)

1. Einleitung

Der vorliegende Bericht gibt, soweit dies im Rahmen einer abschätzenden Rechnung überhaupt sinnvoll erscheint, Aufschluß über eine Reihe von physikalischen Fragen, die im Hinblick auf die Durchführung eines sicheren Reaktorbetriebes von besonderem Interesse sind.

Die Behandlung der vorliegenden Probleme mit Hilfe einer Zweigruppen-Diffusionstheorie stellt zwar eine etwas grobe Annäherung an den tatsächlich vorliegenden Moderationsprozeß dar, erweist sich jedoch für rein abschätzende Betrachtungen als eine durchaus nützliche und befriedigende Methode, wie Vergleiche mit dem am Harweller DIDO gewonnenen Meßwerten zeigten.

Zur Durchführung der Kernberechnung wurde aus Gründen der Zeitersparnis und zwecks besserer Übersicht ausgiebig von der Matrizenschreibweise Gebrauch gemacht. In aller Ausführlichkeit wurde hierbei auf die in der Literatur meist nur schematisch angegebenen Lösungsverfahren für symmetrische Radial- und Endreflektor-Anordnungen eingegangen und gezeigt, wie man auch im Falle eines allseitig reflektierten Reaktors, dessen Endreflektor-Anordnung keineswegs symmetrisch zu sein braucht, zu einer brauchbaren Näherungslösung für die kritischen Kernabmessungen und den Flußdichteverlauf bei zylindrischen Kern- und Reflektor-Konfigurationen gelangt.

Bei der Berechnung der stationären Temperaturverteilung im Reaktorkern ist man gleichfalls zu vereinfachenden Annahmen gezwungen, um den Rechenaufwand zur Beschreibung der an

sich recht komplizierten Vorgänge in erträglichen Grenzen zu halten. Das angegebene Verfahren beschränkt sich daher auf eine sinnvolle Erweiterung der für reflektorlose Reaktoren angegebenen Methoden, wonach man sich die auf Kern, Kühlmittel und Reflektor verteilten Wärmequellen in die Brennstofflegierung verlegt denkt.

Zu brauchbaren Abschätzungen hinsichtlich des Verlaufs der Xenon- und Samarium-Konzentrationen bei stationärem Dauerbetrieb bzw. nach erfolgter Reaktorabschaltung gelangt man bereits, wenn man annimmt, daß der bei vorgenommenen Änderungen der Betriebsbedingungen sich einstellende neue Gleichgewichtswert der thermischen Flußdichte sprunghaft erreicht wird.

Der Einfluß zusätzlicher Kontrollabsorber, wie z. B. Sicherheitsstäbe und Feinkontrollstab läßt sich mathematisch mit Hilfe einer Zweigruppen-Theorie recht gut erfassen. Hinsichtlich der Wirksamkeit der Grobkontroll-Arme wird man sich jedoch zweckmässig auf experimentelle Methoden stützen, da die gegenseitige Wechselwirkung der einzelnen Kontrollarmblätter rechnerisch nur schwer zu erfassen ist.

Die Untersuchungen zum kinetischen Verhalten des Reaktors basieren auf einer Reihe sehr pessimistischer Voraussetzungen, die zu einer Überschätzung der Brennstofftemperaturen sowie der erreichten Maximalleistungen führen, andererseits aber die Moderatortemperaturen zu gering erscheinen lassen.

2. Kernberechnung

Die in den nachfolgenden Kapiteln 2.1 und 2.2 durchgeführten Rechnungen erfolgten in Anlehnung an [1] , S. 238 ff, [2] und [3] , 6 - 70 ff.

2.1 Allgemeine Ansätze zur Lösung der Zweigruppen-Diffusionsgleichungen für Kern und Reflektor

2.1.1 Kern

Die Ausgangsgleichungen für den entsprechend homogenisierten Kern im stationären Zustand ($k_{eff} = 1$) mögen in der Form

$$\begin{aligned} D_{sk} \Delta \phi_{sk} - \Sigma_{sk} \phi_{sk} + \frac{k_{\infty}}{p} \Sigma_{tk} \phi_{tk} &= 0 \\ D_{tk} \Delta \phi_{tk} - \Sigma_{tk} \phi_{tk} + p \Sigma_{sk} \phi_{sk} &= 0 \end{aligned} \quad (2.1.1.1)$$

vorliegen, wobei die einzelnen Größen folgende Bedeutung haben:

D_{sk}	=	Diffusionskonstante der schnellen Neutronengruppe
D_{tk}	=	Diffusionskonstante der therm. Neutronengruppe
Σ_{sk}	=	makroskopischer Bremsquerschnitt
Σ_{tk}	=	makroskop. therm. Absorptionsquerschnitt
k_{∞}	=	Multiplikationsfaktor für den unendlich ausgedehnten Reaktorkern
p	=	Resonanzdurchlaßfaktor
ϕ_{sk}	=	Flußdichte schneller Neutronen
ϕ_{tk}	=	Flußdichte thermischer Neutronen

Erfolgt während des Bremsvorgangs wenig oder gar keine Resonanzabsorption, so vereinfacht sich das Gleichungssystem (2.1.1.1) zu

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{sk} \Delta \phi_{sk} - \Sigma_{sk} \phi_{sk} + k_{\infty} \Sigma_{tk} \phi_{tk} &= 0 \\ \mathcal{D}_{tk} \Delta \phi_{tk} - \Sigma_{tk} \phi_{tk} + \Sigma_{sk} \phi_{sk} &= 0 \end{aligned} \quad (2.1.1.2)$$

Falls die Resonanzabsorption nicht zu vernachlässigen ist, behalten die Gleichungen (2.1.1.2) dennoch ihre Gültigkeit; nur stellt dann ϕ_{sk} die mit dem Resonanzdurchlaßfaktor p multiplizierte schnelle Neutronenflußdichte dar. Dies ist ohne weiteres aus den obigen Gleichungen (2.1.1.1) ersichtlich, sobald man die erste Gleichung mit p multipliziert. Somit können ohne Einschränkung der Allgemeingültigkeit die Gleichungen (2.1.1.2) als Ausgangsgleichungen für die weitere Rechnung benutzt werden.

Um nun Partikulärlösungen dieser Gleichungen (2.1.1.2) zu gewinnen, kann man für ϕ_{sk} und ϕ_{tk} einen Lösungsansatz der Form

$$\begin{aligned} \Delta \phi_{sk} + B^2 \phi_{sk} &= 0 \\ \Delta \phi_{tk} + B^2 \phi_{tk} &= 0 \end{aligned} \quad (2.1.1.3)$$

versuchen. Dies führt dann auf folgende Matrixengleichung

$$\begin{pmatrix} -(\mathcal{D}_{sk} B^2 + \Sigma_{sk}) & k_{\infty} \Sigma_{tk} \\ \Sigma_{sk} & -(\mathcal{D}_{tk} B^2 + \Sigma_{tk}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{sk} \\ \phi_{tk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.1.1.4)$$

Damit die Matrixengleichung (2.1.1.4) Lösungen für ϕ_{sk}

und ϕ_{tk} liefert, die von der trivialen Lösung $\phi_{sk} = \phi_{tk} = 0$ verschieden sind, muß die Determinante der Koeffizientenmatrix verschwinden; dies führt auf eine quadratische Gleichung für B^2 , nämlich

$$(B^2 + K_{sk}^2)(B^2 + K_{tk}^2) = K_{sk}^2 K_{tk}^2 R_{\infty}, \quad (2.1.1.5)$$

wenn man zur Abkürzung die reziproke Brems- und Diffusionsfläche

$$K_{sk}^2 = \frac{1}{L_{sk}^2} = \frac{\Sigma_{sk}}{D_{sk}} \quad ; \quad K_{tk}^2 = \frac{1}{L_{tk}^2} = \frac{\Sigma_{tk}}{D_{tk}}$$

einführt.

Obige Gleichung (2.1.1.5) liefert für B^2 die beiden Lösungen:

$$\mu_k^2 = \frac{1}{2} \left[-(K_{sk}^2 + K_{tk}^2) + \sqrt{(K_{sk}^2 + K_{tk}^2)^2 + 4 K_{sk}^2 K_{tk}^2 (R_{\infty} - 1)} \right] \quad (2.1.1.6a)$$

$$-\nu_k^2 = -\frac{1}{2} \left[(K_{sk}^2 + K_{tk}^2) + \sqrt{(K_{sk}^2 + K_{tk}^2)^2 + 4 K_{sk}^2 K_{tk}^2 (R_{\infty} - 1)} \right] \quad (2.1.1.6b)$$

Da (2.1.1.6a) und (2.1.1.6b) Lösungen von (2.1.1.5) sind, gilt offenbar:

$$(\mu_k^2 + K_{sk}^2)(\mu_k^2 + K_{tk}^2) = (-\nu_k^2 + K_{sk}^2)(-\nu_k^2 + K_{tk}^2) = K_{sk}^2 K_{tk}^2 R_{\infty}. \quad (2.1.1.7)$$

Ferner gilt, wie aus (2.1.1.6a) und (2.1.1.6b) zu ersehen ist, zwischen μ_k^2 und ν_k^2 die Beziehung

$$\mu_k^2 - \nu_k^2 = -K_{sk}^2 - K_{tk}^2. \quad (2.1.1.8)$$

Ersetzt man nun in den Gleichungen (2.1.1.3) gemäß (2.1.1.6a) und (2.1.1.6b) B^2 einmal durch μ_k^2 , das andere

Mal durch $-\gamma_k^2$, so erhält man je zwei verschiedene Partikulärlösungen für ϕ_{sk} und ϕ_{tk} . Die vollständige Lösung für ϕ_{sk} und ϕ_{tk} baut sich dann aus einer Linearkombination dieser beiden Partikulärlösungen auf.

Sind nämlich X_k und Y_k Lösungen von

$$\Delta X_k + \mu_k^2 X_k = 0 \quad (2.1.1.9a)$$

$$\Delta Y_k - \nu_k^2 Y_k = 0, \quad (2.1.1.9b)$$

dann wird zufolge der obigen Erklärungen

$$\phi_{sk} = \alpha X_k + \beta Y_k \quad (2.1.1.10a)$$

$$\phi_{tk} = \alpha' X_k + \beta' Y_k. \quad (2.1.1.10b)$$

Die Konstanten α' und β' in (2.1.1.10b) sind aber von α und β nicht unabhängig; vielmehr gelten gewisse Koppelungsbedingungen, die sich leicht herleiten lassen, sobald man die Ausdrücke (2.1.1.10a) und (2.1.1.10b) in die Ausgangsgleichungen (2.1.1.2) unter Berücksichtigung von (2.1.1.9a) und (2.1.1.9b) eingeführt. Man erhält z. B. aus der ersten der unter (2.1.1.2) angegebenen Gleichungen

$$(-\mathcal{D}_{sk} \mu_k^2 \alpha - \Sigma_{sk} \alpha + k_{\infty} \Sigma_{tk} \alpha') X_k + (\mathcal{D}_{sk} \nu_k^2 \beta - \Sigma_{sk} \beta + k_{\infty} \Sigma_{tk} \beta') Y_k = 0. \quad (2.1.1.11)$$

Damit (2.1.1.11) für alle Werte X_k , Y_k erfüllt ist, müssen notwendig die Klammerausdrücke verschwinden. Hieraus ergeben sich unter Berücksichtigung von (2.1.1.7) und (2.1.1.8) die Koppelungskoeffizienten zu

$$S_{tk} = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\mathcal{D}_{sk}}{\mathcal{D}_{tk}} \frac{\kappa_{sk}^2}{\mu_k^2 + \kappa_{tk}^2} \quad (2.1.1.12a)$$

$$S_{2K} = \frac{\beta'}{\beta} = - \frac{D_{2K}}{D_{1K}} \frac{K_{2K}^2}{\mu_K^2 + K_{2K}^2} \quad (2.1.1.12b)$$

Bei nicht zu vernachlässigender Resonanzabsorption sind die Ausdrücke für S_{1K} und S_{2K} noch mit dem Faktor p zu multiplizieren.

Zum gleichen Ergebnis (2.1.1.12a) und (2.1.1.12b) wird man aber auch geführt, wenn man (2.1.1.10a) und (2.1.1.10b) in die zweite der ursprünglichen Ausgangsgleichungen (2.1.1.2) einsetzt.

Somit hat man also anstatt der Gleichungen (2.1.1.10a) und (2.1.1.10b)

$$\phi_{2K} = \alpha X_K + \beta Y_K \quad (2.1.1.13a)$$

$$\phi_{1K} = S_{1K} \alpha X_K + S_{2K} \beta Y_K. \quad (2.1.1.13b)$$

Die beiden zunächst willkürlichen Konstanten α und β können erst nach Vorgabe der dem jeweiligen Problem angepaßten Randbedingungen bis auf einen von der Reaktorleistung abhängigen Proportionalitätsfaktor bestimmt werden.

2.1.2 Reflektor

Die Zwei-Gruppen-Diffusionsgleichungen für einen Reflektor sind ähnlich gebaut wie die für den Kern, nur daß infolge des fehlenden Brennstoffs das Glied mit k_{∞} als Faktor nicht auftritt. Die Diffusionsgleichungen lauten daher

$$\begin{aligned} D_{2R} \Delta \phi_{2R} - \Sigma_{2R} \phi_{2R} &= 0 \\ D_{1R} \Delta \phi_{1R} - \Sigma_{1R} \phi_{1R} + \Sigma_{2R} \phi_{2R} &= 0. \end{aligned} \quad (2.1.2.1)$$

Wiederum kennzeichnet der Index s die schnelle Gruppe und t die thermische Gruppe. Der zweite Index R deutet darauf hin, daß die einzelnen bereits in 2.1.1 erläuterten Größen sich auf den Reflektor beziehen.

Um auch hier zunächst zu Partikulärlösungen für ϕ_{sR} und ϕ_{tR} zu gelangen, kann man mit den Ansätzen

$$\begin{aligned} \Delta \phi_{sR} + B^2 \phi_{sR} &= 0 \\ \Delta \phi_{tR} + B^2 \phi_{tR} &= 0 \end{aligned} \quad (2.1.2.2)$$

erneut versuchen, eine Vereinfachung des Problems zu erzielen.

Einsetzen von (2.1.2.2) in die Ausgangsgleichungen (2.1.2.1) führt auf die Matrixengleichung

$$\begin{pmatrix} -(\mathcal{D}_{sR} B^2 + \Sigma_{sR}) & 0 \\ \Sigma_{sR} & -(\mathcal{D}_{tR} B^2 + \Sigma_{tR}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{sR} \\ \phi_{tR} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.1.2.3)$$

bei der gleichfalls die Determinante der Koeffizientenmatrix verschwinden muß, wenn (2.1.2.3) nicht nur triviale Lösungen für ϕ_{sR} und ϕ_{tR} haben soll. Die genannte Bedingung führt auf

$$(B^2 + K_{sR}^2)(B^2 + K_{tR}^2) = 0, \quad (2.1.2.4)$$

wobei zur Abkürzung wieder die reziproke Brems- und Diffusionsfläche

$$K_{sR}^2 = \frac{1}{L_{sR}^2} = \frac{\Sigma_{sR}}{\mathcal{D}_{sR}}$$

$$K_{tR}^2 = \frac{1}{L_{tR}^2} = \frac{\Sigma_{tR}}{D_{tR}}$$

eingeführt wurde.

Gleichung (2.1.2.4) ist aber offensichtlich dann erfüllt, wenn einer der beiden Klammerausdrücke Null wird, wenn also für B^2 entweder

$$-\mu_R^2 = -K_{tR}^2 \quad (2.1.2.5a)$$

oder

$$-\nu_R^2 = -K_{tR}^2 \quad (2.1.2.5b)$$

gesetzt wird.

Genügen also X_R und Y_R den Gleichungen

$$\Delta X_R - \mu_R^2 X_R = 0 \quad (2.1.2.6a)$$

$$\Delta Y_R - \nu_R^2 Y_R = 0, \quad (2.1.2.6b)$$

so ist die vollständige Lösung von (2.1.2.1) durch

$$\phi_{tR} = \gamma X_R + \delta Y_R \quad (2.1.2.7a)$$

$$\phi_{tR} = \gamma' X_R + \delta' Y_R \quad (2.1.2.7b)$$

gegeben.

Durch Einsetzen von (2.1.2.7a) und (2.1.2.7b) in die Ausgangsgleichungen (2.1.2.1) erkennt man leicht, daß nur zwischen γ und γ' eine Koppelungsbedingung existiert, während δ gleich Null sein muß. Das bedeutet aber, daß Y_R als Partikulärlösung von ϕ_{sR} mit den Ausgangsgleichungen (2.1.2.1) nicht verträglich ist. Der beschriebene Vorgang liefert:

$$(\mathcal{D}_{sR} \kappa_{sR}^2 \gamma - \Sigma_{sR} \gamma) X_R + (\mathcal{D}_{tR} \kappa_{tR}^2 \delta - \Sigma_{sR} \delta) Y_R = 0 \quad (2.1.2.8a)$$

$$(\mathcal{D}_{tR} \kappa_{sR}^2 \gamma' - \Sigma_{tR} \gamma' + \Sigma_{sR} \gamma) X_R + (\mathcal{D}_{tR} \kappa_{tR}^2 \delta' - \Sigma_{tR} \delta' + \Sigma_{sR} \delta) Y_R = 0. \quad (2.1.2.8b)$$

Der erste Klammerausdruck in (2.1.2.8a) ist wegen der Definition von κ_{sR}^2 für jedes γ gleich Null, der zweite hingegen kann nur durch $\delta = 0$ zum Verschwinden gebracht werden. Der Faktor von X_R in (2.1.2.8b) wird Null für

$$S_R = \frac{\gamma'}{\gamma} = - \frac{\mathcal{D}_{sR}}{\mathcal{D}_{tR}} \frac{\kappa_{sR}^2}{\kappa_{sR}^2 - \kappa_{tR}^2}. \quad (2.1.2.9)$$

Schließlich ist der zweite Klammerausdruck in (2.1.2.8b) wegen $\delta = 0$ und der Definition von κ_{tR}^2 ganz von selbst gleich Null.

Somit gehen die Ausdrücke (2.1.2.7a) und (2.1.2.7b) für ϕ_{sR} und ϕ_{tR} über in

$$\phi_{sR} = \gamma X_R \quad (2.1.2.10a)$$

$$\phi_{tR} = S_R \gamma X_R + \delta' Y_R. \quad (2.1.2.10b)$$

Gleichfalls können auch hier die Konstanten γ und δ' nach Vorgabe der Reaktorleitung durch Anpassung an die im Einzelfall geltenden Randbedingungen bestimmt werden.

2.2. Spezielle Lösungen des Zylinderproblems

2.2.1 Mögliche Lösungen der zeitunabhängigen Wellengleichung

Der Laplace-Operator Δ lautet in Zylinderkoordinaten (r, z)

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} . \quad (2.2.1.1)$$

Die Aufgabe besteht nun darin, die Gleichungen (2.1.1.9) sowie (2.1.2.6) für den Kern und den Reflektor im vorgelegten Spezialfall zu lösen.

Wegen (2.2.1.1) und (2.1.1.9a) hat man

$$\frac{\partial^2 \chi_K}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \chi_K}{\partial r} + \frac{\partial^2 \chi_K}{\partial z^2} + \mu_K^2 \chi_K = 0 . \quad (2.2.1.2)$$

Gleichung (2.2.1.2) kann mit Hilfe eines Produktsatzes

$$\chi_K = \chi_{rK} \cdot \chi_{zK} \quad (2.2.1.3)$$

gelöst werden, wobei χ_{rK} nur von r und χ_{zK} nur von z abhängt.

Führt man (2.2.1.3) in (2.2.1.2) ein, so wird

$$\frac{1}{\chi_{rK}} \left(\frac{d^2 \chi_{rK}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\chi_{rK}}{dr} \right) + \frac{1}{\chi_{zK}} \frac{d^2 \chi_{zK}}{dz^2} + \mu_K^2 = 0 \quad (2.2.1.4)$$

Da der erste Summand in (2.2.1.4) nur von r , der zweite hingegen nur von z abhängt, sind die einzelnen Summanden je einer Konstanten gleich; es gilt

$$\frac{1}{\chi_{rk}} \left(\frac{d^2 \chi_{rk}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\chi_{rk}}{dr} \right) = -\mu_{rk}^2 \quad (2.2.1.5)$$

$$\frac{1}{\chi_{zk}} \frac{d^2 \chi_{zk}}{dz^2} = -\mu_{zk}^2 \quad (2.2.1.6)$$

und

$$-\mu_{rk}^2 - \mu_{zk}^2 + \mu_k^2 = 0. \quad (2.2.1.7)$$

Um (2.2.1.5) auf eine für die weitere Rechnung bequemere Form zu bringen, führt man zweckmäßig eine neue Variable

$$\varrho = \mu_{rk} r$$

ein. Damit folgt aus (2.2.1.5)

$$\varrho^2 \frac{d^2 \chi_{rk}}{d\varrho^2} + \varrho \frac{d\chi_{rk}}{d\varrho} + \varrho^2 \chi_{rk} = 0. \quad (2.2.1.8)$$

Gleichung (2.2.1.8) hat aber die Form der Besselschen Differentialgleichung nullter Ordnung, deren vollständige Lösung durch

$$\chi_{rk} = C_{1k} J_0(\mu_{rk} r) + C_{2k} Y_0(\mu_{rk} r) \quad (2.2.1.9)$$

gegeben ist. In (2.2.1.9) bedeutet $J_0(\mu_{rk} r)$ die Bessel-Funktion nullter Ordnung und $Y_0(\mu_{rk} r)$ die Neumannsche Funktion nullter Ordnung. C_{1k} und C_{2k} sind Konstante.

Die Differentialgleichung (2.2.1.6) hat die Form der eindimensionalen Schwingungsgleichung, deren vollständige Lösung durch

$$X_{zK} = C_{1K}' \cos(\mu_{zK} z) + C_{2K}' \sin(\mu_{zK} z) \quad (2.2.1.10)$$

gegeben ist.

In entsprechender Weise kann die Gleichung (2.1.1.9b) gelöst werden. Macht man für Y_K wiederum einen Produktansatz

$$Y_K = Y_{rK} \cdot Y_{zK}, \quad (2.2.1.11)$$

so folgt aus (2.1.1.9b)

$$\frac{1}{Y_{rK}} \left(\frac{d^2 Y_{rK}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dY_{rK}}{dr} \right) + \frac{1}{Y_{zK}} \frac{d^2 Y_{zK}}{dz^2} - \nu_K^2 = 0 \quad (2.2.1.12)$$

und genau wie vorhin

$$\frac{1}{Y_{rK}} \left(\frac{d^2 Y_{rK}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dY_{rK}}{dr} \right) = \pm \nu_{rK}^2 \quad (2.2.1.13)$$

$$\frac{1}{Y_{zK}} \frac{d^2 Y_{zK}}{dz^2} = \mp \nu_{zK}^2 \quad (2.2.1.14)$$

mit

$$(2.2.1.15a)$$

$$\pm \nu_{rK}^2 \mp \nu_{zK}^2 - \nu_K^2 = 0.$$

$$(2.2.1.15b)$$

Mit

$$\xi = \nu_{rk} r$$

folgt weiter aus (2.2.1.13)

$$\xi^2 \frac{d^2 Y_{rk}}{d\xi^2} + \xi \frac{dY_{rk}}{d\xi} \mp \xi^2 Y_{rk} = 0. \quad (2.2.1.16)$$

Wählt man das negative Vorzeichen im letzten Term vom (2.2.1.16), so erhält man eine modifizierte Besselsche Differentialgleichung nullter Ordnung, anderenfalls einen Ausdruck der Form (2.2.1.8). Die vollständige Lösung von (2.2.1.16) lautet:

$$Y_{rk} = C_{3k} \frac{I_0(\nu_{rk} r)}{J_0(\nu_{rk} r)} + C_{4k} \frac{K_0(\nu_{rk} r)}{Y_0(\nu_{rk} r)}. \quad (2.2.1.17a)$$

$$(2.2.1.17b)$$

$I_0(\nu_{rk} r)$ bedeutet die modifizierte Bessel-Funktion nullter Ordnung, $K_0(\nu_{rk} r)$ hingegen die modifizierte Hankel-Funktion nullter Ordnung.

Aus (2.2.1.14) ergibt sich die vollständige Lösung zu

$$Y_{zk} = C'_{3k} \frac{\cos(\nu_{zk} z)}{\cosh(\nu_{zk} z)} + C'_{4k} \frac{\sin(\nu_{zk} z)}{\sinh(\nu_{zk} z)}. \quad (2.2.1.18a)$$

$$(2.2.1.18b)$$

Auf genau gleiche Weise können jetzt die Differentialgleichungen (2.1.2.6) für einen Reflektor gelöst werden, wenn man durch einen Produktansatz dafür sorgt, daß die von r und z abhängigen Funktionsanteile getrennt werden. Da die Differentialgleichungen (2.1.2.6) die Form der Gleichung (2.1.1.9b) haben, müssen die vollständigen Lösungen für die radialen und achsialen Funktionsanteile der Form nach mit den unter (2.2.1.17) und (2.2.1.18) angegebenen Lösungsfunktionen übereinstimmen. So folgt z. B. aus (2.1.2.6a)

$$\chi_{rR} = c_{1R} \frac{I_0(\mu_{rR} r)}{J_0(\mu_{rR} r)} + c_{2R} \frac{K_0(\mu_{rR} r)}{Y_0(\mu_{rR} r)} \quad (2.2.1.19a)$$

$$(2.2.1.19b)$$

$$\chi_{zR} = c_{1R}' \frac{\cos(\mu_{zR} z)}{\cosh(\mu_{zR} z)} + c_{2R}' \frac{\sin(\mu_{zR} z)}{\sinh(\mu_{zR} z)} \quad (2.2.1.20a)$$

$$(2.2.1.20b)$$

mit

$$\pm \mu_{rR}^2 \mp \mu_{zR}^2 - \mu_R^2 = 0. \quad (2.2.1.21a)$$

$$(2.2.1.21b)$$

Gleichzeitig liefert (2.1.2.6b) die Lösungsfunktionen

$$\gamma_{rR} = c_{3R} \frac{\bar{I}_0(\nu_{rR} r)}{J_0(\nu_{rR} r)} + c_{4R} \frac{K_0(\nu_{rR} r)}{Y_0(\nu_{rR} r)} \quad (2.2.1.22a)$$

$$(2.2.1.22b)$$

$$Y_{zR} = C_{3R}' \frac{\cos(\nu_{zR} z)}{\cosh(\nu_{zR} z)} + C_{4R}' \frac{\sin(\nu_{zR} z)}{\sinh(\nu_{zR} z)} \quad (2.2.1.23a)$$

$$(2.2.1.23b)$$

mit

$$(2.2.1.24a)$$

$$\pm \nu_{rR}^2 \mp \nu_{zR}^2 - \nu_R^2 = 0.$$

$$(2.2.1.24b)$$

Die Partikulärlösungen X_R und Y_R lauten dann analog zu (2.2.1.3) und (2.2.1.11)

$$X_R = X_{rR} \cdot X_{zR} \quad (2.2.1.25)$$

$$Y_R = Y_{rR} \cdot Y_{zR} . \quad (2.2.1.26)$$

2.2.2 Spezielle Lösung für den radial reflektierten Reaktor (Radialreflektor)

Bei einem nur von radialen Reflektoren umgebenen zylindrischen Reaktorkern müssen die schnellen und thermischen Flußdichten an den ebenen extrapolierten Zylinder Grenzflächen verschwinden. Das Gleiche gilt natürlich auch für die extrapolierte äußere Mantelfläche des äußeren Reflektors. Dementsprechend ist durch passende Auswahl der in 2.2.1 angegebenen Lösungsfunktionen dafür zu sorgen, daß nur die dem vorgelegten Problem angemessenen Funktionen in Erscheinung treten. Im vorliegenden Falle hat man sich also auf die in 2.2.1 angegebenen oberen Fundamentallösungen für Y_{rK} , Y_{zK} , X_{rR} , X_{zR} , Y_{rR} , Y_{zR} ... zu beschränken.

Ohne Einschränkung der Allgemeingültigkeit soll von nun an angenommen werden, daß der zylindrische Reaktorkern von zwei verschiedenen radialen Reflektoren unterschiedlicher Dicke umgeben wird, deren Höhe aber durch die Kernzylinderhöhe bestimmt wird. Die einzelnen Reflektoren sollen durch den Index M und R unterschieden werden. Anhand dieses speziellen Beispiels ist dann sofort ersichtlich, in welcher Weise jeder weitere, neu hinzutretende Radialreflektor den Rechengang beeinflußt.

Ferner sei angenommen, daß die z - Achse des verwendeten Koordinatensystems mit der Kernzylinderachse zusammenfällt. Der Koordinatenursprung 0 sei durch den Schnittpunkt der Kernzylinderachse mit der senkrecht zu ihr verlaufenden Zylinder-Symmetrieebene durch die Kernmitte festgelegt. Unter H soll die extrapolierte Kernzylinderhöhe verstanden werden. Dabei darf man mit einer für den vorliegenden Zweck hinreichenden Genauigkeit die Extrapolationslängen beider Neutronengruppen in der z-Richtung für den Kern und die Reflektoren als gleich groß ansehen.

Die obige Forderung des Verschwindens der Neutronenflußdichten an den extrapolierten ebenen Zylinder-Begrenzungsflächen führt dazu, daß die z-Anteile der in 2.2.1 aufgeführten Partikulärintegrale für $z = \pm H/2$ nach Null gehen müssen. Demzufolge haben die unsymmetrischen Teillösungen der von z abhängigen Funktionen fortan keine Existenzberechtigung mehr, und die Koeffizienten von z in den symmetrischen Funktionstermen müssen durch

$$\mu_{zk} = \nu_{zk} = \mu_{zR} = \nu_{zR} = \dots = \frac{\pi}{H} \quad (2.2.2.1)$$

darstellbar sein.

Andererseits müssen die Ausdrücke $Y_0 (v_{rK} r)$ und $K_0 (v_{rK} r)$ in den von r abhängigen Funktionen für den Kern wegen der für $r = 0$ auftretenden Singularität gleichfalls verschwinden. Durch diese einschränkenden Bedingungen wird die Zahl der möglichen Lösungen beträchtlich reduziert.

Wie bereits in Kapitel 2.1.1 und 2.1.2 erwähnt wurde, sind zur endgültigen Bestimmung der auftretenden Integrationskonstanten neben der Vorgabe der Reaktorleistung auch noch entsprechende Randbedingungen erforderlich. Diese Randbedingungen beinhalten den stetigen Übergang der Fluß- und Stromdichten an den Grenzflächen der verschiedenen Medien sowie das Verschwinden der Neutronenflußdichten am äußeren extrapolierten Reflektorrand. Bei symmetrischen Problemen müssen auch noch die Neutronenstromdichten im Symmetriezentrum oder auf den Symmetrieachsen bzw. Symmetrie-Ebenen in Normalenrichtung verschwinden. Die letztgenannte Bedingung ist im vorliegenden Falle ganz von selbst erfüllt, da die Flußdichten auf Grund des oben Gesagten im Kernzentrum ein Maximum haben.

Man ersieht hieraus, daß die vollständige Lösungsmatrix nicht nur die Flußdichten sondern auch die Stromdichten enthalten muß. Letztere sind aber den Flußdichte-Gradienten proportional und es gilt ganz allgemein:

$$\vec{J} = -D \text{grad } \phi, \quad (2.2.2.2)$$

wobei \vec{J} die Stromdichte und D den Diffusionskoeffizienten bedeutet.

Die vollständigen Lösungsschemata für den Kern und die Reflektoren können somit wegen der in den Kapiteln 2.1.1 und 2.1.2 abgeleiteten, allgemein gültigen Beziehungen (2.1.1.13) und (2.1.2.10) in Verbindung mit den in Kap. 2.2.1 angegebenen speziellen Lösungsfunktionen und unter Berücksichtigung der soeben gegebenen Erklärungen folgendermaßen dargestellt werden:

a) Reaktorkern

$$\phi_K = \cos(\mu_{zK} z) M_K C_K \quad (2.2.2.3)$$

mit

$$\phi_K = \begin{pmatrix} \phi_{sK} \\ \phi_{tK} \\ -J_{sK}^{(r)} \\ -J_{tK}^{(r)} \end{pmatrix} \quad (2.2.2.4)$$

$$M_K = \begin{pmatrix} J_0(\mu_{rK} r) & \bar{I}_0(\nu_{rK} r) \\ S_{1K} J_0(\mu_{rK} r) & S_{2K} \bar{I}_0(\nu_{rK} r) \\ -D_{sK} \mu_{rK} J_1(\mu_{rK} r) & D_{sK} \nu_{rK} \bar{I}_1(\nu_{rK} r) \\ -D_{tK} S_{1K} \mu_{rK} J_1(\mu_{rK} r) & D_{tK} S_{2K} \nu_{rK} \bar{I}_1(\nu_{rK} r) \end{pmatrix} \quad (2.2.2.5)$$

$$C_K = \begin{pmatrix} c_{1K} \\ c_{3K} \end{pmatrix} \quad (2.2.2.6)$$

und

$$\mu_{rK}^2 = \mu_K^2 - \mu_{zK}^2 = \mu_K^2 - \left(\frac{\pi}{H}\right)^2 \quad (2.2.2.7)$$

$$\nu_{rK}^2 = \nu_K^2 + \nu_{zK}^2 = \nu_K^2 + \left(\frac{\pi}{H}\right)^2 \quad (2.2.2.8)$$

(vgl. (2.2.1.7), (2.2.1.15a) und (2.2.2.1).)

Die Größen $J_{sK}^{(r)}$ und $J_{tK}^{(r)}$ in (2.2.2.4) sind die Radialkomponenten der Neutronenstromdichten.

b) mittlerer Reflektor

$$\phi_M = \cos(\mu_{2M}^2) M_M C_M \quad (2.2.2.9)$$

mit

$$\phi_M = \begin{pmatrix} \phi_{sM} \\ \phi_{eM} \\ -J_{sM}^{(\tau)} \\ -J_{eM}^{(\tau)} \end{pmatrix} \quad (2.2.2.10)$$

$$M_M = \begin{pmatrix} I_o(\mu_{TM} \tau) & K_o(\mu_{TM} \tau) & 0 & 0 \\ S_M I_o(\mu_{TM} \tau) & S_M K_o(\mu_{TM} \tau) & \bar{I}_o(\nu_{TM} \tau) & K_o(\nu_{TM} \tau) \\ D_{sM} \mu_{TM} I_1(\mu_{TM} \tau) & -D_{sM} \mu_{TM} K_1(\mu_{TM} \tau) & 0 & 0 \\ D_{eM} S_M \mu_{TM} \bar{I}_1(\mu_{TM} \tau) & -D_{eM} S_M \mu_{TM} K_1(\mu_{TM} \tau) & D_{eM} \nu_{TM} \bar{I}_1(\nu_{TM} \tau) & -D_{eM} \nu_{TM} K_1(\nu_{TM} \tau) \end{pmatrix} \quad (2.2.2.11)$$

$$C_M = \begin{pmatrix} C_{1M} \\ C_{2M} \\ C_{3M} \\ C_{4M} \end{pmatrix} \quad (2.2.2.12)$$

und

$$\mu_{TM}^2 = \mu_M^2 + \mu_{2M}^2 = \mu_M^2 + \left(\frac{\bar{\omega}}{H}\right)^2 \quad (2.2.2.13)$$

$$\nu_{TM}^2 = \nu_M^2 + \nu_{2M}^2 = \nu_M^2 + \left(\frac{\bar{\omega}}{H}\right)^2 \quad (2.2.2.14)$$

(vgl. (2.2.1.21a), (2.2.1.24a) und (2.2.2.1).)

c) Außenreflektor

$$\phi_R = \cos(\mu_{ek} z) M_R C_R \quad (2.2.2.15)$$

mit

$$\phi_R = \begin{pmatrix} \phi_{AR} \\ \phi_{ER} \\ -\gamma_{AR}^{(\tau)} \\ -\gamma_{ER}^{(\tau)} \end{pmatrix} \quad (2.2.2.16)$$

$M_R =$

$$\begin{pmatrix} I_0(\mu_{TR} \tau) & K_0(\mu_{TR} \tau) & 0 & 0 \\ S_R I_0(\mu_{TR} \tau) & S_R K_0(\mu_{TR} \tau) & I_0(\nu_{TR} \tau) & K_0(\nu_{TR} \tau) \\ D_{AR} \mu_{TR} I_1(\mu_{TR} \tau) & -D_{AR} \mu_{TR} K_1(\mu_{TR} \tau) & 0 & 0 \\ D_{ER} S_R \mu_{TR} I_1(\mu_{TR} \tau) & -D_{ER} S_R \mu_{TR} K_1(\mu_{TR} \tau) & D_{ER} \nu_{TR} I_1(\nu_{TR} \tau) & -D_{ER} \nu_{TR} K_1(\nu_{TR} \tau) \end{pmatrix} \quad (2.2.2.17)$$

$$C_R = \begin{pmatrix} C_{1R} \\ C_{2R} \\ C_{3R} \\ C_{4R} \end{pmatrix} \quad (2.2.2.18)$$

und

$$\mu_{TR}^2 = \mu_R^2 + \mu_{2R}^2 = \mu_R^2 + \left(\frac{H}{H}\right)^2 \quad (2.2.2.19)$$

$$\nu_{TR}^2 = \nu_R^2 + \nu_{2R}^2 = \nu_R^2 + \left(\frac{J}{H}\right)^2 \quad (2.2.2.20)$$

(vgl. (2.2.1.21a), (2.2.1.24a) und (2.2.2.1).)

Bezeichnet man mit R_0 den Radius des Reaktorkerns, mit R_1 den Außenradius des mittleren und mit R_2 den extrapolierten Radius des letzten Radialreflektors (vgl. Abb. 2.2.2/1), so müssen folgende Randbedingungen erfüllt sein:

$$\phi_K(R_0) = \phi_M(R_0) \quad (2.2.2.21)$$

$$\phi_M(R_1) = \phi_R(R_1) \quad (2.2.2.22)$$

$$\phi_R^*(R_2) = 0 \quad (2.2.2.23)$$

Hierbei bedeutet $\phi_R^*(R_2)$ lediglich die obere Hälfte der unter (2.2.2.16) angegebenen Matrix für $r = R_2$.

Unter Berücksichtigung von (2.2.2.3), (2.2.2.9) und 2.2.2.15) folgt hieraus

$$M_K(R_0) C_K = M_M(R_0) C_M \quad (2.2.2.24)$$

$$M_M(R_1) C_M = M_R(R_1) C_R \quad (2.2.2.25)$$

$$M_R^*(R_2) C_R = 0, \quad (2.2.2.26),$$

wenn $M_R^*(R_2)$ entsprechend der obigen Erklärung hinsichtlich der Matrix $\phi_R^*(R_2)$ wiederum nur die obere Hälfte der Matrix M_R (vgl. (2.2.2.17)) für $r = R_2$ bedeutet.

Die obigen Randbedingungen (2.2.2.21) bis (2.2.2.23) bzw. (2.2.2.24) bis (2.2.2.26) können in der Matrizen-
gleichung

$$M_R^*(R_2) C_R = M_R^*(R_2) M_R^{-1}(R_1) M_M(R_1) M_M^{-1}(R_0) M_K(R_0) C_K = M_P C_K = 0 \quad (2.2.2.27)$$

Kern-Reflektor-Anordnung für den radial-reflektierten Reaktor

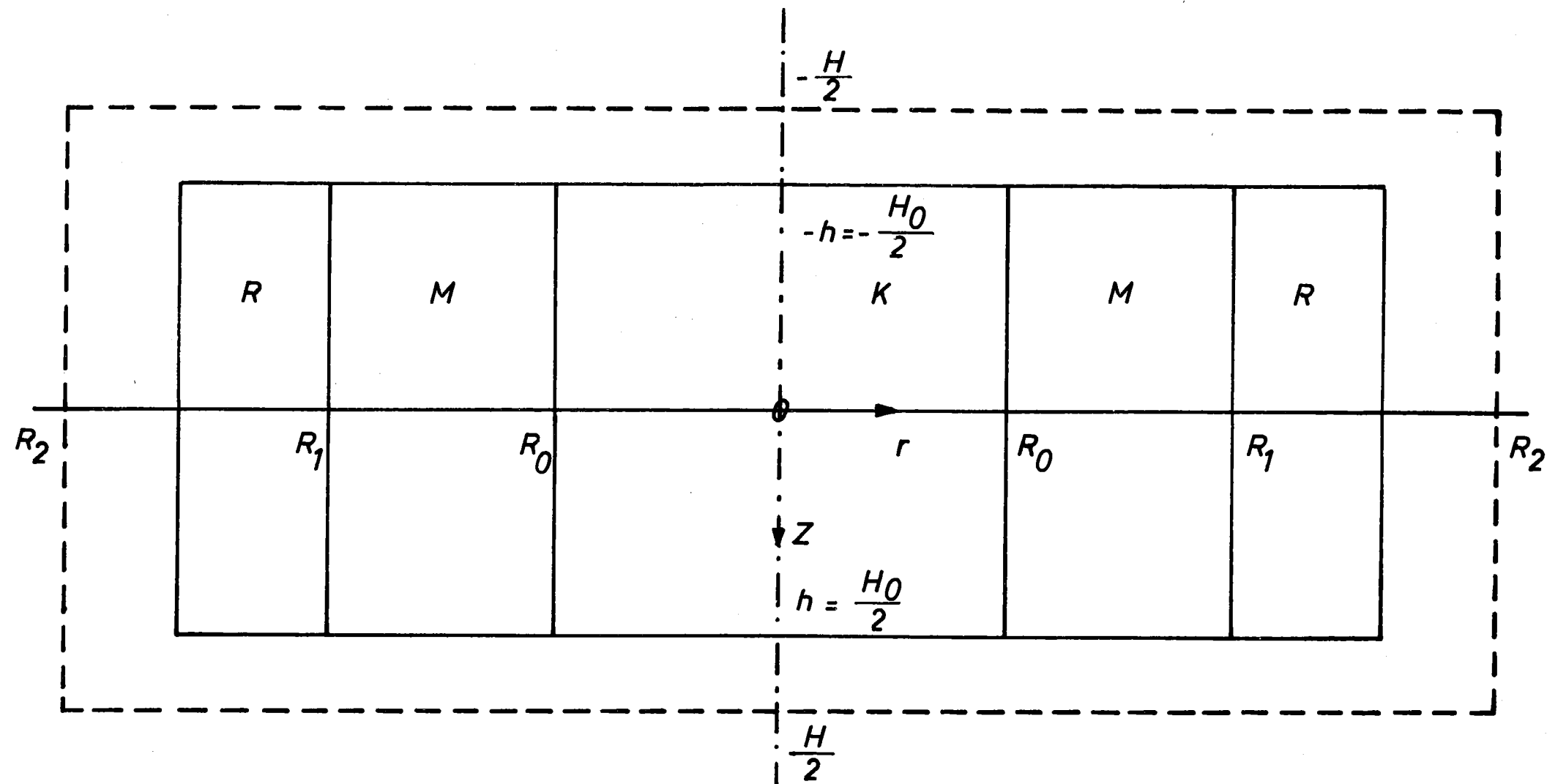


Abb. 2.2.2/1

zusammengefaßt werden.

Gleichung (2.2.2.27) stellt ein homogenes lineares Gleichungssystem in C_K dar, für welches die Determinante der Koeffizientenmatrix M_p verschwinden muß, wenn C_K keine Nullmatrix sein soll.

Die Determinante der aus den M-Matrizen gebildeten Produktmatrix M_p wird im allgemeinen bei fest vorgegebenen Kern- und Reflektorabmessungen von Null verschieden sein, wodurch eben zum Ausdruck gebracht wird, daß der Zustand, in dem sich der Reaktor gerade befindet, nicht stationär ist.

Bei vorgegebenem R_1 und R_2 sowie vorgegebener Kernzylinderhöhe $H_0 = 2 h$ (vgl. Abb. 2.2.2/1) kann aber z. B. der Kernradius noch beliebig variiert werden, bis der Reaktor gerade kritisch wird und Gleichung (2.2.2.27) mithin nicht nur triviale Lösungen für C_K liefert.

Da man im allgemeinen stets durch Probieren darauf angewiesen ist, den kritischen Radius R_0 zu finden, ist es von größtem Nutzen, für das unter (2.2.2.27) angegebene Matrizenprodukt, einen einigermaßen handlichen Ausdruck anzugeben, der es gestattet, den zur Berechnung erforderlichen Zeitaufwand bei Verwendung von einfachen Tischrechenmaschinen in erträglichen Grenzen zu halten.

Zunächst ist zu bemerken, daß die Matrix $M_R^*(R_2)$ aus zwei Zeilen und vier Spalten besteht. Bei $M_K(R_0)$ ist

es genau umgekehrt (vgl. (2.2.2.5).) Die Matrizen $M_R^{-1}(R_1)$, $M_M(R_1)$ und $M_M^{-1}(R_0)$ hingegen sind quadratisch und besitzen vier Zeilen und die gleiche Anzahl Spalten. Das Produkt sämtlicher M-Matrizen in (2.2.2.27) ist daher gleichfalls eine quadratische Matrix, bestehend aus nur zwei Zeilen und zwei Spalten.

Beim Ausrechnen des Matrizenprodukts wird man zunächst so vorgehen, daß man

$$R'(R_1, R_2) = M_R^*(R_2) M_R^{-1}(R_1), \quad (2.2.2.28)$$

dann

$$M(R_0, R_1) = M_M(R_1) M_M^{-1}(R_0) \quad (2.2.2.29)$$

bildet und hierauf die Koeffizientenmatrix

$$M_P = R' \cdot M \cdot M_K(R_0) \quad (2.2.2.30)$$

bestimmt.

Nun ist es aber infolge eines glücklichen Umstandes möglich, in (2.2.2.30) noch erhebliche Vereinfachungen vorzunehmen. Zu diesen Vereinfachungen wird man auf Grund folgender Überlegungen geführt:

Die Matrix R' besteht wegen (2.2.2.28) aus zwei Zeilen und vier Spalten, kann also durch

$$R' = \begin{pmatrix} R'_{11} & R'_{12} & R'_{13} & R'_{14} \\ R'_{21} & R'_{22} & R'_{23} & R'_{24} \end{pmatrix} \quad (2.2.2.31)$$

dargestellt werden.

Multipliziert man (2.2.2.30) vorne mit

$$Q_V = \begin{pmatrix} \frac{1}{R_{11}'} & 0 \\ \frac{S_R}{R_{11}'} - \frac{S_R}{R_{22}'} & \frac{1}{R_{22}'} \end{pmatrix} \quad (2.2.2.32)$$

und spaltet aus $M_K(R_0)$ die Multiplikationsmatrix

$$Q_R = \begin{pmatrix} I_0(\mu_{rk} R_0) & 0 \\ 0 & \bar{I}_0(\nu_{rk} R_0) \end{pmatrix} \quad (2.2.2.33)$$

ab, so daß also

$$M_R(R_0) = K(R_0) \cdot Q_R \quad (2.2.2.34)$$

wird, dann ist die Determinante der Matrix

$$M_p^* = Q_V R' M K \quad (2.2.2.35)$$

gleichfalls Null, sobald dies für die Determinante der ursprünglichen Matrix M_p der Fall war und umgekehrt.

Bezeichnet man das Produkt $Q_V \cdot R'$ mit R , so hat man

$$M_p^* = R(R_1, R_2) M(R_0, R_1) K(R_0). \quad (2.2.2.36)$$

Die reziproke Matrix $M_R^{-1}(R_1)$ ergibt sich zu

$$M_R^{-1}(R_1) = \begin{pmatrix} R_1 \left(\mu_{rk} K_1(\mu_{rk} R_1) & 0 & \frac{1}{D_{1R}} K_0(\mu_{rk} R_1) & 0 \right. \\ \mu_{rk} \bar{I}_1(\mu_{rk} R_1) & 0 & -\frac{1}{D_{1R}} \bar{I}_0(\mu_{rk} R_1) & 0 \\ -S_R \nu_{rk} K_1(\nu_{rk} R_1) & \nu_{rk} K_1(\nu_{rk} R_1) & -\frac{S_R}{D_{1R}} K_0(\nu_{rk} R_1) & \frac{1}{D_{1R}} K_0(\nu_{rk} R_1) \\ -S_R \nu_{rk} \bar{I}_1(\nu_{rk} R_1) & \nu_{rk} \bar{I}_1(\nu_{rk} R_1) & \frac{S_R}{D_{1R}} \bar{I}_0(\nu_{rk} R_1) & -\frac{1}{D_{1R}} \bar{I}_0(\nu_{rk} R_1) \end{pmatrix}, \quad (2.2.2.37)$$

wenn man von der für Zylinderfunktionen gültigen Relation

$$I_0(x) K_1(x) + \tilde{I}_1(x) K_0(x) = \frac{1}{x}$$

Gebrauch macht.

Die Matrix $M_M^{-1}(R_0)$ ergibt sich aus (2.2.2.37), sobald man dortselbst den Index R durch M und R_1 durch R_0 ersetzt. Daraus und wegen (2.2.2.28) bis (2.2.2.36) folgt schließlich

$$R(R_1, R_2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{D_{3R}} R_{13} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{S_R}{D_{3R}} (R_{13} - R_{24}) & \frac{1}{D_{1R}} R_{24} \end{pmatrix} \quad (2.2.2.38)$$

mit

$$R_{13} = \frac{1}{\mu_{1R}} \frac{K_0(\mu_{1R} R_1)}{K_1(\mu_{1R} R_1)} \frac{1 - \frac{K_0(\mu_{1R} R_2) I_0(\mu_{1R} R_1)}{K_0(\mu_{1R} R_1) I_0(\mu_{1R} R_2)}}{1 + \frac{K_0(\mu_{1R} R_2) \tilde{I}_1(\mu_{1R} R_1)}{K_1(\mu_{1R} R_1) I_0(\mu_{1R} R_2)}} \quad (2.2.2.39)$$

$$R_{24} = \frac{1}{\mu_{1R}} \frac{K_0(\mu_{1R} R_1)}{K_1(\mu_{1R} R_1)} \frac{1 - \frac{K_0(\mu_{1R} R_2) I_0(\mu_{1R} R_1)}{K_0(\mu_{1R} R_1) I_0(\mu_{1R} R_2)}}{1 + \frac{K_0(\mu_{1R} R_2) \tilde{I}_1(\mu_{1R} R_1)}{K_1(\mu_{1R} R_1) I_0(\mu_{1R} R_2)}} \quad (2.2.2.40)$$

$$M(R_0, R_1) =$$

$$R_0 \begin{pmatrix} \mu_{TM} \bar{Z}_{01} & 0 & \frac{1}{D_{\lambda M}} \bar{Z}_{00} & 0 \\ S_M (\mu_{TM} \bar{Z}_{01} - \nu_{TM} \bar{Z}_{01}^*) & \nu_{TM} \bar{Z}_{01}^* & \frac{S_M}{D_{\lambda M}} (\bar{Z}_{00} - \bar{Z}_{00}^*) & \frac{1}{D_{\lambda M}} \bar{Z}_{00}^* \\ D_{\lambda M} \mu_{TM}^2 \bar{Z}_{11} & 0 & \mu_{TM} \bar{Z}_{10} & 0 \\ D_{\lambda M} S_M (\mu_{TM}^2 \bar{Z}_{11} - \nu_{TM}^2 \bar{Z}_{11}^*) & D_{\lambda M} \nu_{TM}^2 \bar{Z}_{11}^* & \frac{D_{\lambda M} S_M}{D_{\lambda M}} (\mu_{TM} \bar{Z}_{10} - \nu_{TM} \bar{Z}_{10}^*) & \nu_{TM} \bar{Z}_{10}^* \end{pmatrix} \quad (2.2.2.41)$$

wobei

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{01} &= \bar{I}_0(\mu_{TM} R_1) K_1(\mu_{TM} R_0) + K_0(\mu_{TM} R_1) \bar{I}_1(\mu_{TM} R_0) \\ \bar{Z}_{01}^* &= \bar{I}_0(\nu_{TM} R_1) K_1(\nu_{TM} R_0) + K_0(\nu_{TM} R_1) \bar{I}_1(\nu_{TM} R_0) \\ \bar{Z}_{11} &= \bar{I}_1(\mu_{TM} R_1) K_1(\mu_{TM} R_0) - K_1(\mu_{TM} R_1) \bar{I}_1(\mu_{TM} R_0) \\ \bar{Z}_{11}^* &= \bar{I}_1(\nu_{TM} R_1) K_1(\nu_{TM} R_0) - K_1(\nu_{TM} R_1) \bar{I}_1(\nu_{TM} R_0) \end{aligned} \quad (2.2.2.42)$$

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{00} &= \bar{I}_0(\mu_{TM} R_1) K_0(\mu_{TM} R_0) - K_0(\mu_{TM} R_1) \bar{I}_0(\mu_{TM} R_0) \\ \bar{Z}_{00}^* &= \bar{I}_0(\nu_{TM} R_1) K_0(\nu_{TM} R_0) - K_0(\nu_{TM} R_1) \bar{I}_0(\nu_{TM} R_0) \\ \bar{Z}_{10} &= \bar{I}_1(\mu_{TM} R_1) K_0(\mu_{TM} R_0) + K_1(\mu_{TM} R_1) \bar{I}_0(\mu_{TM} R_0) \\ \bar{Z}_{10}^* &= \bar{I}_1(\nu_{TM} R_1) K_0(\nu_{TM} R_0) + K_1(\nu_{TM} R_1) \bar{I}_0(\nu_{TM} R_0) \end{aligned}$$

und

$$K(R_0) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ S_{1K} & S_{2K} \\ -D_{1K} \mu_{TK} \frac{J_1(\mu_{TK} R_0)}{J_0(\mu_{TK} R_0)} & D_{1K} \nu_{TK} \frac{I_1(\nu_{TK} R_0)}{I_0(\nu_{TK} R_0)} \\ -D_{2K} S_{1K} \mu_{TK} \frac{J_1(\mu_{TK} R_0)}{J_0(\mu_{TK} R_0)} & D_{2K} S_{2K} \nu_{TK} \frac{I_1(\nu_{TK} R_0)}{I_0(\nu_{TK} R_0)} \end{pmatrix} \quad (2.2.2.43)$$

Man betrachte nun die Determinante $|M_p^*(r)|$ der Matrix

$$M_p^*(r) = R(R_1, R_2) \cdot M(r, R_1) \cdot K(r), \quad (2.2.2.44)$$

die aus der Matrix (2.2.2.36) hervorgeht, wenn man dortselbst den kritischen Radius R_0 durch die laufende Variable r ersetzt. Wie bereits erwähnt, ist der kritische Zustand des Reaktors (stationärer Zustand) durch $|M_p^*(R_0)| = 0$ ausgezeichnet, während die Determinante $|M_p^*(r)|$ im allgemeinen von Null verschieden ausfällt. Die Berechnung der kritischen Masse des Kerns läuft also darauf hinaus, die transzendente Gleichung

$$|M_p^*(r)| = 0 \quad (2.2.2.45)$$

nach r aufzulösen. Dies kann mittels eines geeigneten Iterationsverfahrens geschehen.

Bezeichnet man das Glied $J_1(\mu_{TK} r)/J_0(\mu_{TK} r)$ in $K(r)$ mit $x(r)$, so kann man (2.2.2.45) auch in der Form

$$x(r) - \bar{f}(r) = 0 \quad (2.2.2.46)$$

schreiben, wobei $F(r)$ eben durch (2.2.2.45) festgelegt wird. Der Vorteil der Schreibweise (2.2.2.46) liegt aber gerade darin, daß die Funktion $F(r)$ im allgemeinen vom Argument r nur wenig abhängig ist, was für $x(r)$ keineswegs zutrifft.

Aus diesem Grunde führt man zunächst einen beliebigen Wert $R_0^{(0)} < R_1$ für r in $F(r)$ ein und berechnet auf diese Weise nach (2.2.2.46) einen ersten Näherungswert $R_0^{(1)}$ für den kritischen Radius. Mit diesem Näherungswert verfährt man nun in der gleichen Weise. Wegen der geringen r -Abhängigkeit der Funktion $F(r)$ wird man schon nach wenigen Schritten dieser Art dem gesuchten kritischen Kernradius R_0 beliebig nahe kommen.

Hat man aber R_0 nach dem soeben beschriebenen Verfahren ermittelt, so ist auch die Flußdichteverteilung im Kern und den angrenzenden Reflektoren bis auf einen Proportionalitätsfaktor bestimmt. Derselbe kann aber bei vorgegebener Reaktorleistung eindeutig ermittelt werden. Davon wird später noch die Rede sein. Vorerst jedoch sollen die C_K -, C_M - und C_R -Matrizen (vgl. (2.2.2.6), (2.2.2.12) und (2.2.2.18),) bis auf diesen allen gemeinsamen Proportionalitätsfaktor ausgerechnet werden.

Zur Berechnung von C_K dient das Gleichungssystem (2.2.2.27). Die Lösung dieses Gleichungssystems bleibt jedoch ungeändert, wenn man M_p vorne mit der unter (2.2.2.32) angegebenen Matrix Q_v multipliziert, wenn man also die ursprüngliche Koeffizientenmatrix M_p durch $M_p^* Q_h$ (vgl. (2.2.2.30), (2.2.2.34) und (2.2.2.35)) ersetzt. Das zu lösende Gleichungssystem lautet also - 30 -

$$M_p^* Q_h C_K = 0 \quad (2.2.2.47)$$

oder ausgeschrieben

$$\begin{pmatrix} m_{11} I_o(\mu_{rk} R_o) & m_{12} I_o(\nu_{rk} R_o) \\ m_{21} I_o(\mu_{rk} R_o) & m_{22} I_o(\nu_{rk} R_o) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{1K} \\ C_{3K} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.2.2.48)$$

Hierbei sind die m_{ik} die bekannten Elemente der Matrix M_p^* . Wegen $\left| M_p^*(R_o) \right| = 0$ gilt

$$A = -\frac{m_{11}}{m_{12}} = -\frac{m_{21}}{m_{22}}. \quad (2.2.2.49)$$

Setzt man jetzt willkürlich

$$C_{1K} = 1, \quad (2.2.2.50)$$

so folgt aus (2.2.2.48) in Verbindung mit (2.2.2.49) und (2.2.2.50)

$$C_K = \begin{pmatrix} 1 \\ A \frac{I_o(\mu_{rk} R_o)}{I_o(\nu_{rk} R_o)} \end{pmatrix}. \quad (2.2.2.51)$$

Mithin kann die Verteilung der Flußdichten sowie der radialen Stromdichten im Kern nach (2.2.2.3) berechnet werden.

Die C_M -Matrix ergibt sich wegen (2.2.2.24) zu

$$C_M = M_M^{-1}(R_o) M_K(R_o) C_K, \quad (2.2.2.52)$$

und für C_R folgt aus (2.2.2.25)

$$C_R = M_R^{-1}(R_1) M_M(R_1) C_M. \quad (2.2.2.53)$$

Zwischen der Reaktorleistung P und der thermischen Flußdichte ϕ_{tK} im Kern besteht der einfache Zusammenhang

$$P = E_{sp} \int_{\text{Kern}} \Sigma_{sp} \phi_{tK} dV, \quad (2.2.2.54)$$

wobei Σ_{sp} den makroskopischen Spaltquerschnitt und E_{sp} die bei jeder Spaltung frei werdende Energie bedeutet. Aus dieser Gleichung (2.2.2.54) kann der oben erwähnte Proportionalitätsfaktor C errechnet werden.

Aus (2.2.2.3) folgt in Verbindung mit (2.2.2.51) für die thermische Flußdichte im Kern

$$\phi_{tK} = C \cos(\mu_{tK} z) \left[S_{1K} J_0(\mu_{rK} r) + S_{2K} A \frac{J_0(\mu_{rK} R_0)}{I_0(\mu_{rK} R_0)} I_0(\mu_{rK} r) \right]. \quad (2.2.2.55)$$

Setzt man den Spaltquerschnitt über den gesamten Kern als konstant an und bezeichnet mit $H_0 = 2h$ die tatsächliche (nicht extrapolierte Höhe) des Reaktors, so folgt aus (2.2.2.54)

$$P = E_{sp} \Sigma_{sp} C \int_{-h}^h \int_0^{R_0} \int_0^{2\pi} \cos(\mu_{tK} z) \left[S_{1K} J_0(\mu_{rK} r) + S_{2K} A \frac{J_0(\mu_{rK} R_0)}{I_0(\mu_{rK} R_0)} I_0(\mu_{rK} r) \right] r d\varphi dr dz \quad (2.2.2.56)$$

oder nach Ausführung der Integration

$$P = 4\pi E_{1p} \Sigma_{1p} R_0 C \frac{\sin(\mu_{2K} R_0)}{\mu_{2K}} \left[S_{1K} \frac{Y_1(\mu_{2K} R_0)}{\mu_{2K}} + S_{2K} A \frac{Y_0(\mu_{2K} R_0)}{I_0(\nu_{2K} R_0)} \frac{I_1(\nu_{2K} R_0)}{\nu_{2K}} \right]. \quad (2.2.2.57)$$

Damit ist aber das Problem vollständig gelöst.

2.2.3 Spezielle Lösung für den endreflektierten Reaktor (Endreflektor)

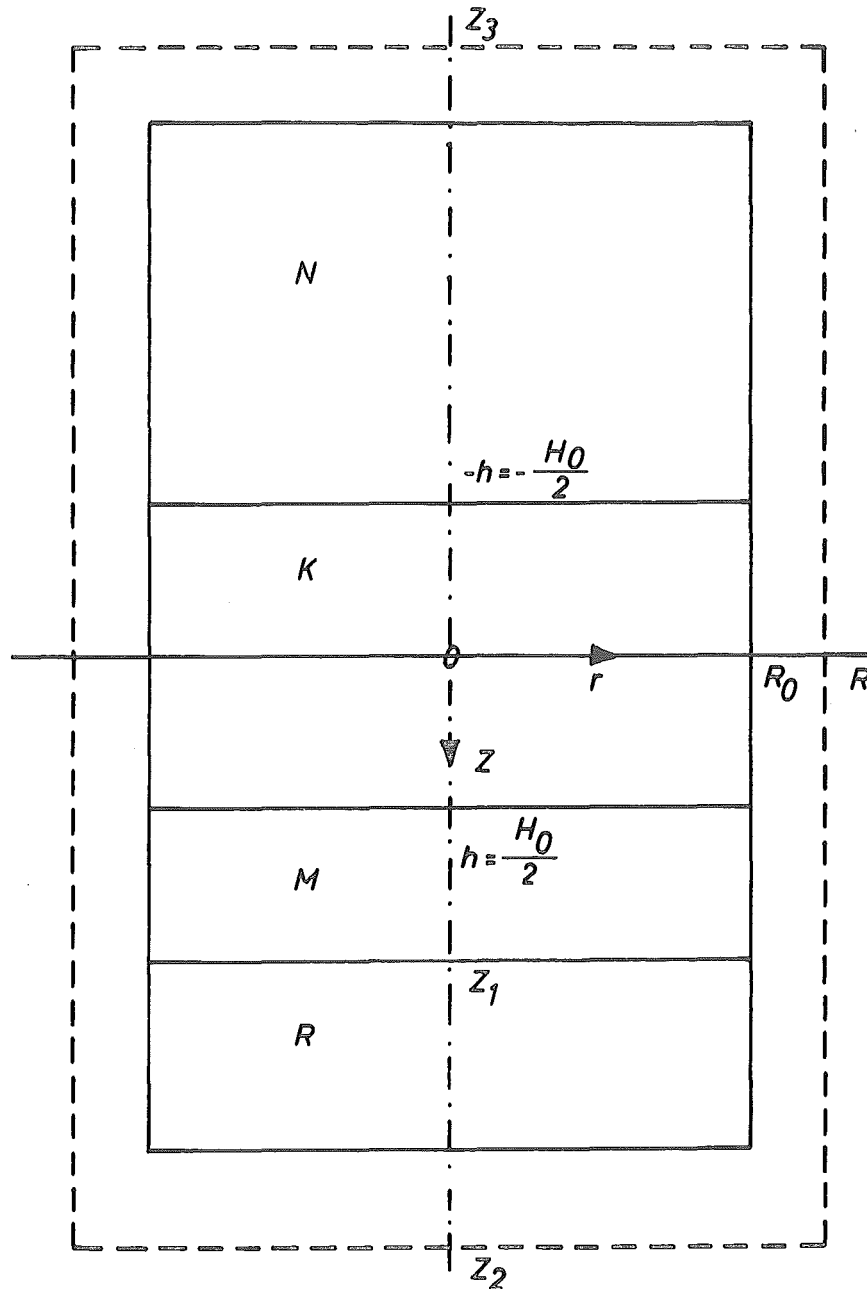
Das zu behandelnde Problem sei dahingehend charakterisiert, daß oberhalb des zylindrischen Reaktorkerns ein Reflektor endlicher Dicke angebracht ist, während sich unterhalb des Kerns deren zwei befinden. Diese Reflektoren sollen aus unterschiedlichen Materialien bestehen, verschiedene Höhen haben, jedoch den gleichen Radius wie der Reaktorkern besitzen. (vgl. Abb.2.2.3/1)

Zur Vereinfachung der Rechnung sei auch hier wiederum angenommen, daß der extrapolierte Radius sowohl für schnelle als auch thermische Neutronen im gesamten Kern-Reflektorsystem als konstant aufzufassen ist. Dieser Radius soll im folgenden stets mit R bezeichnet werden.

Weiterhin soll wie bisher der Ursprung des Koordinatensystems in die Kernzylindermitte gelegt werden und die z-Achse sei Zylinder-Symmetrieachse.

Von den unter 2.2.1 angegebenen möglichen Lösungen für Y_{rK} , Y_{zK} , X_{rR} , X_{zR} , Y_{rR} , Y_{zR} , ... sind nunmehr

Kern-Reflektor-Anordnung für den endreflektierten Reaktor



die unteren Fundamentallösungen zu verwenden. Gleichzeitig sind die Zylinderfunktionen 2. Art $Y_0(\mu_{rK}r)$ und $Y_0(\nu_{rK}r)$ für den Kern wegen der für $r = 0$ auftretenden Singularität wiederum auszu-
sondern. Mithin hat man

$$C_{2K} = C_{4K} = 0 \quad (2.2.3.1)$$

zu setzen. Andererseits erfordert das Verschwinden der Flußdichten auf der extrapolierten Zylinder-
mantelfläche die Gültigkeit der Beziehungen

$$\mu_{TK} = \nu_{TK} = \mu_{TR} = \nu_{TR} = \dots = \frac{2,405}{R}, \quad (2.2.3.2)$$

$$C_{2R} = C_{4R} = \dots = 0. \quad (2.2.3.3)$$

Wegen der Unsymmetrie des Problems in achsialer Richtung dürfen die unsymmetrischen Funktionen $\sin(\mu_{zK}z)$, $\sinh(\nu_{zK}z)$, $\sinh(\mu_{zR}z)$, $\sinh(\nu_{zR}z)$ in (3.2.1.10), (2.2.1.18b), (2.2.1.20b) und (2.2.1.23b) jedoch nicht mehr außer acht gelassen werden.

Kennzeichnet man den oberen Reflektor durch den Index N, die beiden unteren durch M und R, so haben die vollständigen Lösungsschemata für den Kern und die Reflektoren auf Grund der Beziehungen (2.1.1.13) und 2.1.2.10) in Verbindung mit den in Kap. 2.2.1 angegebenen speziellen Lösungsfunktionen folgendes Aussehen.

a) Reaktorkern

$$\phi_K = \mathcal{I}_0(\mu_{2K} z) M_K c_K' \quad (2.2.3.4)$$

mit

$$\phi_K = \begin{pmatrix} \phi_{0K} \\ \phi_{1K} \\ -\mathcal{I}_{0K}(z) \\ -\mathcal{I}_{1K}(z) \end{pmatrix} \quad (2.2.3.5)$$

$$M_K =$$

$$\begin{pmatrix} \cos(\mu_{2K} z) & \sin(\mu_{2K} z) & \cosh(\nu_{2K} z) & \sinh(\nu_{2K} z) \\ S_{1K} \cos(\mu_{2K} z) & S_{1K} \sin(\mu_{2K} z) & S_{2K} \cosh(\nu_{2K} z) & S_{2K} \sinh(\nu_{2K} z) \\ -D_{2K} \mu_{2K} \sin(\mu_{2K} z) & D_{1K} \mu_{2K} \cos(\mu_{2K} z) & D_{1K} \nu_{2K} \sinh(\nu_{2K} z) & D_{2K} \nu_{2K} \cosh(\nu_{2K} z) \\ -D_{1K} S_{1K} \mu_{2K} \sin(\mu_{2K} z) & D_{2K} S_{1K} \mu_{2K} \cos(\mu_{2K} z) & D_{2K} S_{2K} \nu_{2K} \sinh(\nu_{2K} z) & D_{1K} S_{2K} \nu_{2K} \cosh(\nu_{2K} z) \end{pmatrix} \quad (2.2.3.6)$$

$$c_K' = \begin{pmatrix} c_{1K}' \\ c_{2K}' \\ c_{3K}' \\ c_{4K}' \end{pmatrix} \quad (2.2.3.7)$$

und

$$\mu_{zk}^2 = \mu_k^2 - \mu_{rk}^2 = \mu_k^2 - \left(\frac{2,405}{R}\right)^2 \quad (2.2.3.8)$$

$$\nu_{zk}^2 = \nu_k^2 + \nu_{rk}^2 = \nu_k^2 + \left(\frac{2,405}{R}\right)^2 \quad (2.2.3.9)$$

(vgl. (2.2.1.7), (2.2.1.15b) und (2.2.3.2).)

b) Oberer Reflektor (N-Reflektor)

$$\phi_N = \mathcal{Y}_0(\mu_{rk} r) M_N C_N' \quad (2.2.3.10)$$

mit

$$\phi_N = \begin{pmatrix} \phi_{sN} \\ \phi_{tN} \\ -\mathcal{Y}_{sN}^{(z)} \\ -\mathcal{Y}_{tN}^{(z)} \end{pmatrix} \quad (2.2.3.11)$$

$$M_N = \begin{pmatrix} \cosh(\mu_{zN} z) & \sinh(\mu_{zN} z) & 0 & 0 \\ S_N \cosh(\mu_{zN} z) & S_N \sinh(\mu_{zN} z) & \cosh(\nu_{zN} z) & \sinh(\nu_{zN} z) \\ \mathcal{D}_{sN} \mu_{zN} \sinh(\mu_{zN} z) & \mathcal{D}_{sN} \mu_{zN} \cosh(\mu_{zN} z) & 0 & 0 \\ \mathcal{D}_{tN} S_N \mu_{zN} \sinh(\mu_{zN} z) & \mathcal{D}_{tN} S_N \mu_{zN} \cosh(\mu_{zN} z) & \mathcal{D}_{tN} \nu_{zN} \sinh(\nu_{zN} z) & \mathcal{D}_{tN} \nu_{zN} \cosh(\nu_{zN} z) \end{pmatrix} \quad (2.2.3.12)$$

$$c'_N = \begin{pmatrix} c'_{1N} \\ c'_{2N} \\ c'_{3N} \\ c'_{4N} \end{pmatrix} \quad (2.2.3.13)$$

und

$$\mu_{2N}^2 = \mu_N^2 + \mu_{TN}^2 = \mu_N^2 + \left(\frac{2,405}{R} \right)^2 \quad (2.2.3.14)$$

$$\nu_{2N}^2 = \nu_N^2 + \nu_{TN}^2 = \nu_N^2 + \left(\frac{2,405}{R} \right)^2 \quad (2.2.3.15)$$

(vgl. (2.2.1.21b), (2.2.1.24b) und (2.2.3.2).)

c) Unterer M-Reflektor

$$\phi_M = \mathcal{I}_0(\mu_{TK}) M_M c'_M \quad (2.2.3.16)$$

d) Unterer R-Reflektor

$$\phi_R = \mathcal{I}_0(\mu_{TK}) M_R c'_R. \quad (2.2.3.17)$$

Die M_M -, C_M' -, M_R - und C_R' -Matrizen sind formal identisch mit M_N und C_N' , nur daß der Index N durch M bzw. R zu ersetzen ist. Auch die u_{zM}^2 , v_{zM}^2 , u_{zR}^2 , v_{zR}^2 , ergeben sich dann analog zu (2.2.3.14) und (2.2.3.15).

Die ebenen Trennflächen der verschiedenen Medien seien durch $z = \pm h$, $z = z_1$, $z = z_2$ und $z = z_3$ (vgl. Abb. 2.2.3/1) gegeben. Dann lauten die zu (2.2.2.21) bis (2.2.2.23) bzw. (2.2.2.24) bis (2.2.2.26) analogen Randbedingungen:

$$\phi_R^*(z_2) = 0 \quad (2.2.3.18)$$

$$\phi_R(z_1) = \phi_M(z_1) \quad (2.2.3.19)$$

$$\phi_M(h) = \phi_K(h) \quad (2.2.3.20)$$

$$\phi_K(-h) = \phi_N(-h) \quad (2.2.3.21)$$

$$\phi_N^*(z_3) = 0 \quad (2.2.3.22)$$

oder auf Grund von (2.2.3.4), (2.2.3.10), (2.2.3.16) und (2.2.3.17)

$$M_R^*(z_2) C_R' = 0 \quad (2.2.3.23)$$

$$M_R(z_1) C_R' = M_M(z_1) C_M' \quad (2.2.3.24)$$

$$M_M(h) C_M' = M_K(h) C_K' \quad (2.2.3.25)$$

$$M_K(-h) C_K' = M_N(-h) C_N' \quad (2.2.3.26)$$

$$M_N^*(z_3) C_N' = 0. \quad (2.2.3.27)$$

Hierbei bedeuten $\phi_R^*(z_2)$, $\phi_N^*(z_3)$ bzw. $M_R^*(z_2)$ und $M_N^*(z_3)$ wiederum die oberen Hälften der ϕ_R^- , ϕ_N^- , M_R^- und M_N^- -Matrizen.

Die Randbedingungen (2.2.3.23) bis (2.2.3.27) können gleichfalls in einer einzigen Matrixengleichung zusammengefaßt werden; es gilt:

$$\begin{pmatrix} M_R^*(z_2) M_R^{-1}(z_1) M_M(z_1) M_M^{-1}(h) M_K(h) \\ M_N^*(z_3) M_N^{-1}(-h) M_K(-h) \end{pmatrix} C_K' = \begin{pmatrix} M_{P1} \\ M_{P2} \end{pmatrix} C_K' = 0. \quad (2.2.3.28)$$

(2.2.3.28) stellt also wieder ein homogenes lineares Gleichungssystem für C_K' dar. Damit das System Lösungen für C_K' liefert, die von der trivialen Lösung $C_K' = 0$ verschieden sind, muß die Determinante der Koeffizientenmatrix auch hier verschwinden.

Zunächst bildet man wieder

$$R'(z_1, z_2) = M_R^*(z_2) M_R^{-1}(z_1), \quad (2.2.3.29)$$

$$M(h, z_1) = M_M(z_1) \cdot M_M^{-1}(h) \quad (2.2.3.30)$$

und

$$N'(-h, z_3) = M_N^*(z_3) M_N^{-1}(-h), \quad (2.2.3.31)$$

so daß

$$M_{P_1} = R'(z_1, z_2) M(h, z_1) M_K(h) \quad (2.2.3.32)$$

und

$$M_{P_2} = N'(-h, z_3) M_K(-h) \quad (2.2.3.33)$$

wird. Die beiden Matrizen $R'(z_1, z_2)$ und $N'(-h, z_3)$ bestehen aus je zwei Zeilen und vier Spalten; sie können also symbolisch durch

$$R' = \begin{pmatrix} R'_{11} & \dots & R'_{14} \\ R'_{21} & \dots & R'_{24} \end{pmatrix} \quad (2.2.3.34)$$

und

$$N' = \begin{pmatrix} N'_{11} & \dots & N'_{14} \\ N'_{21} & \dots & N'_{24} \end{pmatrix} \quad (2.2.3.35)$$

dargestellt werden. Multipliziert man nun die Matrix M_{P1} vorne mit

$$Q_{V1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{R'_{11}} & 0 \\ \frac{S_R}{R'_{11}} - \frac{S_R}{R'_{22}} & \frac{1}{R'_{22}} \end{pmatrix} \quad (2.2.3.36)$$

und die Matrix M_{P2} vorne mit

$$Q_{V2} = \begin{pmatrix} \frac{1}{N'_{11}} & 0 \\ \frac{S_N}{N'_{11}} - \frac{S_N}{N'_{22}} & \frac{1}{N'_{22}} \end{pmatrix} \quad (2.2.3.37)$$

und spaltet gleichzeitig aus $M_K(h)$ sowie $M_K(-h)$ die Multiplikationsmatrix

$$Q_h = Q_{h1} = Q_{h2} = \begin{pmatrix} \cos(\mu_{2K}h) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\mu_{2K}h) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cosh(\nu_{2K}h) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cosh(\nu_{2K}h) \end{pmatrix} \quad (2.2.3.38)$$

ab, so daß

$$M_K(h) = k_1(h) Q_h \quad (2.2.3.39)$$

$$M_K(-h) = k_2(h) Q_h \quad (2.2.3.40)$$

wird, dann ist die Determinante der Matrix

$$\begin{pmatrix} M_{P_1}^* \\ M_{P_2}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{v_1} \cdot R' \cdot M \cdot K_1 \\ Q_{v_2} \cdot N' \cdot K_2 \end{pmatrix} \quad (2.2.3.41)$$

gleichfalls Null, sobald dies für die Determinante der ursprünglichen Matrix $\begin{pmatrix} M_{P_1} \\ M_{P_2} \end{pmatrix}$ der Fall war und umgekehrt.

Bezeichnet man die Produkte $Q_{v_1} R'$ und $Q_{v_2} N'$ mit R und N , so folgt aus (2.2.3.41)

$$\begin{pmatrix} M_{P_1}^* \\ M_{P_2}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \cdot M \cdot K_1 \\ N \cdot K_2 \end{pmatrix}. \quad (2.2.3.42)$$

Die reziproke Matrix $M_R^{-1}(z_1)$ ergibt sich zu

$$M_R^{-1}(z_1) = \begin{pmatrix} \cosh(\mu_{2R} z_1) & 0 & -\frac{1}{D_{AR} \mu_{2R}} \sinh(\mu_{2R} z_1) & 0 \\ -\sinh(\mu_{2R} z_1) & 0 & \frac{1}{D_{AR} \mu_{2R}} \cosh(\mu_{2R} z_1) & 0 \\ -S_R \cosh(\nu_{2R} z_1) & \cosh(\nu_{2R} z_1) & \frac{S_R}{D_{AR} \nu_{2R}} \sinh(\nu_{2R} z_1) & -\frac{1}{D_{AR} \nu_{2R}} \sinh(\nu_{2R} z_1) \\ S_R \sinh(\nu_{2R} z_1) & -\sinh(\nu_{2R} z_1) & -\frac{S_R}{D_{AR} \nu_{2R}} \cosh(\nu_{2R} z_1) & \frac{1}{D_{AR} \nu_{2R}} \cosh(\nu_{2R} z_1) \end{pmatrix} \quad (2.2.3.43)$$

Aus (2.2.3.43) erhält man auch $M_M^{-1}(h)$ sowie $M_N^{-1}(-h)$,

indem man der Reihe nach den Index R durch M und N sowie z_1 durch h und -h ersetzt.

Hieraus und wegen (2.2.3.29) bis (2.2.3.42) folgt nun weiter

$$R(t) =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{D_{2R}} \frac{\tanh(\mu_{2R} t)}{\mu_{2R}} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{S_R}{D_{2R}} \left(\frac{\tanh(\mu_{2R} t)}{\mu_{2R}} - \frac{\tanh(\nu_{2R} t)}{\nu_{2R}} \right) & \frac{1}{D_{2R}} \frac{\tanh(\nu_{2R} t)}{\nu_{2R}} \end{pmatrix} \quad (2.2.3.44)$$

mit

$$t = x_2 - x_1 ,$$

$$M(d) = \begin{pmatrix} M_{11} & \dots & M_{14} \\ \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \vdots \\ M_{41} & \dots & M_{44} \end{pmatrix} \quad (2.2.3.45)$$

mit

$$M_{11} = \cosh(\mu_{2M} d)$$

$$M_{21} = S_M [\cosh(\mu_{2M} d) - \cosh(\nu_{2M} d)]$$

$$M_{31} = D_{3M} \mu_{2M} \sinh(\mu_{2M} d)$$

$$M_{41} = D_{4M} S_M [\mu_{2M} \sinh(\mu_{2M} d) - \nu_{2M} \sinh(\nu_{2M} d)]$$

$$M_{12} = 0$$

$$M_{22} = \cosh(\nu_{2M} d)$$

$$M_{32} = 0$$

$$M_{42} = D_{4M} \nu_{2M} \sinh(\nu_{2M} d)$$

$$M_{13} = \frac{1}{D_{3M} \mu_{2M}} \sinh(\mu_{2M} d)$$

(2.2.3.46)

$$M_{23} = \frac{S_M}{D_{3M}} \left[\frac{\sinh(\mu_{2M} d)}{\mu_{2M}} - \frac{\sinh(\nu_{2M} d)}{\nu_{2M}} \right]$$

$$M_{33} = \cosh(\mu_{2M} d)$$

$$M_{43} = \frac{D_{4M}}{D_{3M}} S_M [\cosh(\mu_{2M} d) - \cosh(\nu_{2M} d)]$$

$$M_{14} = 0$$

$$M_{24} = \frac{1}{D_{4M}} \frac{\sinh(\nu_{2M} d)}{\nu_{2M}}$$

$$M_{34} = 0$$

$$M_{44} = \cosh(\nu_{2M} d)$$

und

$$d = \tilde{x}_7 - h,$$

$$K_1(h) =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \lg(\mu_{2K}h) & 1 & \tanh(\nu_{2K}h) \\ S_{1K} & S_{1K} \lg(\mu_{2K}h) & S_{2K} & S_{2K} \tanh(\nu_{2K}h) \\ -D_{2K} \mu_{2K} \lg(\mu_{2K}h) & D_{2K} \mu_{2K} & D_{2K} \nu_{2K} \tanh(\nu_{2K}h) & D_{2K} \nu_{2K} \\ -D_{2K} S_{1K} \mu_{2K} \lg(\mu_{2K}h) & D_{2K} S_{1K} \mu_{2K} & D_{2K} S_{2K} \nu_{2K} \tanh(\nu_{2K}h) & D_{2K} S_{2K} \nu_{2K} \end{pmatrix} \quad (2.2.3.47)$$

$$N(e) =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{D_{2N}} \frac{\tanh(\mu_{2N}e)}{\mu_{2N}} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{S_N}{D_{2N}} \left[\frac{\tanh(\mu_{2N}e)}{\mu_{2N}} - \frac{\tanh(\nu_{2N}e)}{\nu_{2N}} \right] & -\frac{1}{D_{2N}} \frac{\tanh(\nu_{2N}e)}{\nu_{2N}} \end{pmatrix} \quad (2.2.3.48)$$

mit

$$e = -h - x_3,$$

$$K_2(h) = K_1(-h). \quad (2.2.3.49)$$

Um nun die Determinante der Matrix (2.2.3.42) bei fest vorgegebenem h (halbe Höhe des Reaktorkerns) zum Verschwinden zu bringen, kann man wiederum den extrapolierten Radius R des Reaktors variieren. Die praktische Durchführung des Verfahrens sieht dabei so aus, daß man die transzendente Gleichung

$$\begin{vmatrix} M_{P1}^* \\ M_{P2}^* \end{vmatrix} = 0 \quad (2.2.3.50)$$

nach μ_{zK} auflöst. Bei dem hierzu erforderlichen Iterationsverfahren geht man zweckmässig so vor, daß man zunächst

$$\frac{1}{2} \mu_K^2 \approx \mu_{rk}^2 = \left(\frac{2,405}{R^{(0)}} \right)^2 \quad (2.2.3.51)$$

setzt und mit dem aus (2.2.3.51) folgenden Wert $R^{(0)}$ nach (2.2.3.9), (2.2.3.14), (2.2.3.15) die achsialen Flußwölbungsanteile $\gamma_{zK}^2, \mu_{zN}^2, \gamma_{zN}^2, \mu_{zM}^2, \gamma_{zM}^2, \mu_{zR}^2$ und γ_{zR}^2 ausrechnet und in (2.2.3.50) einsetzt. Aus dem sich ergebenden μ_{zK} folgt dann vermöge der Beziehung (2.2.3.8) ein erster Näherungswert $R^{(1)}$ für den gesuchten Radius R und damit auch ein erster Näherungswert für μ_{rK}^2 . Mit dem so gewonnenen Näherungswert für μ_{rK}^2 wird der Vorgang in der beschriebenen Weise wiederholt. Im allgemeinen werden auch hier wenige Schritte dieser Art genügen, um den Unterschied zwischen benachbarten μ_{zK} -Werten beliebig klein zu machen.

Ist dies geschehen, so kann C_K' aus Gleichung (2.2.3.28) oder der ihr äquivalenten Gleichung

$$\begin{pmatrix} M_{P1}^* \\ M_{P2}^* \end{pmatrix} \cdot Q_h \cdot C_K' = 0 \quad (2.2.3.52)$$

ermittelt werden, wobei $\begin{pmatrix} M_{P1}^* \\ M_{P2}^* \end{pmatrix}$ eine quadratische Matrix, bestehend aus vier Zeilen und vier Spalten darstellt.

Bezeichnet man die Elemente dieser Matrix mit m_{ik} (i = Zeilennummer, k = Spaltennummer) und die entsprechenden Unterdeterminanten der m_{ik} mit $|m_{ik}|$, dann folgt aus (2.2.3.52) mit

$$\begin{aligned} A' &= \frac{|m_{12}|}{|m_{11}|} = \frac{|m_{22}|}{|m_{21}|} = \frac{|m_{32}|}{|m_{31}|} = \frac{|m_{42}|}{|m_{41}|} \\ B' &= \frac{|m_{13}|}{|m_{11}|} = \frac{|m_{23}|}{|m_{21}|} = \frac{|m_{33}|}{|m_{31}|} = \frac{|m_{43}|}{|m_{41}|} \\ C' &= \frac{|m_{14}|}{|m_{11}|} = \frac{|m_{24}|}{|m_{21}|} = \frac{|m_{34}|}{|m_{31}|} = \frac{|m_{44}|}{|m_{41}|} \end{aligned} \quad (2.2.3.53)$$

bis auf einen zunächst unbestimmten Faktor

$$C_K' = \begin{pmatrix} 1 \\ A' \\ B' \frac{\cos(\mu_{2K}h)}{\cosh(\nu_{2K}h)} \\ C' \frac{\cos(\mu_{2K}h)}{\cosh(\nu_{2K}h)} \end{pmatrix} \quad (2.2.3.54)$$

Damit sind aber auch alle anderen C_M -, C_R - und C_N -Matrizen bis auf den gleichen unbestimmten Faktor festgelegt. Hat man nämlich C_K' , so wird wegen (2.2.3.25)

$$C_M' = M_M^{-1}(h) M_K(h) C_K', \quad (2.2.3.55)$$

wegen (2.2.3.24)

$$C_R' = M_R^{-1}(z_1) M_M(z_1) C_M' \quad (2.2.3.56)$$

und wegen (2.2.3.26)

$$C_N' = M_N^{-1}(-h) M_K(-h) C_K'. \quad (2.2.3.57)$$

Der zunächst unbestimmte Faktor kann wiederum aus der Reaktorleistung ermittelt werden. Gleichung (2.2.2.54) gilt offensichtlich auch hier. Unter Benutzung von ϕ_{tK} aus (2.2.2.4) folgt daraus:

$$\begin{aligned} P = E_{gp} \sum_{gp} C^* \int_{-h}^h \int_0^{R_0} \int_0^{4\pi} J_0(\mu_{rk} r) \left[S_{1k} \cos(\mu_{2k} z) + \right. \\ \left. S_{1k} A' \sin(\mu_{2k} z) + S_{2k} B' \frac{\cos(\mu_{2k} h)}{\cosh(\nu_{2k} h)} \cosh(\nu_{2k} z) + \right. \\ \left. S_{2k} C' \frac{\cos(\mu_{2k} h)}{\cosh(\nu_{2k} h)} \sinh(\nu_{2k} z) \right] r d\varphi dr dz \end{aligned} \quad (2.2.3.58)$$

und die Integration liefert schließlich

$$\begin{aligned} P = 4\pi E_{gp} \sum_{gp} C^* R_0 \frac{J_1(\mu_{rk} R_0)}{\mu_{rk}} \left[S_{1k} \frac{\sin(\mu_{2k} h)}{\mu_{2k}} + \right. \\ \left. S_{2k} B' \frac{\cos(\mu_{2k} h)}{\cosh(\nu_{2k} h)} \frac{\sinh(\nu_{2k} h)}{\nu_{2k}} \right]. \end{aligned} \quad (2.2.3.59)$$

In (2.2.3.58) und (2.2.3.59) bedeutet R_0 den wahren (nicht extrapolierten) Radius des kritischen Reaktors (vgl. Abb. 2.2.3/1). Damit ist auch dieses Problem vollständig gelöst und der Faktor C^* kann aus Gleichung (2.2.3.59) errechnet werden.

Für den Fall, daß das Problem symmetrisch wird, daß also der Kern oben und unten von der gleichen Reflektoranordnung umgeben wird, vereinfacht sich der Rechengang ganz erheblich.

Ersetzt man z. B. den oberen N-Reflektor durch eine den beiden unteren Reflektoren entsprechende Anordnung, so entfallen die Randbedingungen (2.2.3.21) und (2.2.3.22). Anstelle dieser beiden Randbedingungen tritt dann die Symmetriebedingung, d. h. die Forderung des Verschwindens der achsialen Stromdichtekomponenten in der durch den Kernmittelpunkt verlaufenden Zylinder-Symmetrieebene.

Dieser Forderung kann aber nur durch Streichung der 2. und 4. Spalte in (2.2.3.6) bzw. (2.2.3.47) Genüge getan werden. Damit reduziert sich M_K auf eine rechteckige Matrix bestehend aus vier Zeilen und zwei Spalten, und die kritische Gleichung (2.2.3.28) geht über in

$$M_{P1} C_K' = 0, \quad (2.2.3.60)$$

wobei M_{P1} eine quadratische 2×2 Matrix bedeutet und C_K' nurmehr aus den beiden Elementen C_{1K}' und C_{3K}' besteht.

Es erübrigt sich, mehr über die Lösung des symmetrischen Problems zu sagen, da die prinzipiellen Dinge bereits

beim unsymmetrischen Fall behandelt wurden.

Ein anderer Umstand hingegen verdient eine besondere Erwähnung. Für die numerische Rechnung ist es nämlich bisweilen vorteilhafter, anstatt der Variablen z eine neue Variable z' einzuführen, wobei der Ursprung der z' -Achse jeweils in die innere Begrenzungsfläche jenes Mediums verlegt wird, in dem gerade die Fluß- und Stromdichten zu berechnen sind. Man verwendet also eine einfache Koordinatentransformation der Gestalt

$$z = z' + a, \quad (2.2.3.61)$$

bei der a der Reihe nach die Werte h , z_1 , $-h$ anzunehmen hat (vgl. Abb. 2.2.3/1).

Führt man obige Transformation (2.2.3.61) bei den Reflektormatrizen M_M , M_R und M_N durch, so gilt, wenn man der Einfachheit halber die Indizes M , R , N wegläßt und dafür einen laufenden Index i einführt:

$$M_i(z) = M_i(z') \begin{pmatrix} \cosh(\mu_{2i} a) & \sinh(\mu_{2i} a) & 0 & 0 \\ \sinh(\mu_{2i} a) & \cosh(\mu_{2i} a) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cosh(\nu_{2i} a) & \sinh(\nu_{2i} a) \\ 0 & 0 & \sinh(\nu_{2i} a) & \cosh(\nu_{2i} a) \end{pmatrix} \quad (2.2.3.62)$$

Die Matrix $M_i(z')$ geht aus $M_i(z)$ dadurch hervor, daß man dortselbst z durch z' ersetzt.

Für $z' = 0$ oder $z = a$ muß die Lösungsmatrix ϕ_i auf Grund der Stetigkeitsbedingungen für die Fluß- und Stromdichten mit der Lösungsmatrix ϕ_{i-1} des benachbarten Mediums an eben dieser Stelle übereinstimmen. Wegen

$$\phi_i(z) = \mathcal{I}_0(\mu_{rk} r) M_i(z) C_i' \quad (2.2.3.63)$$

drückt sich der Sachverhalt mathematisch folgendermaßen aus:

$$\phi_i(a) = \mathcal{I}_0(\mu_{rk} r) \cdot M_i(a) \cdot C_i' = \phi_{i-1}(a). \quad (2.2.3.64)$$

Löst man jetzt Gleichung (2.2.3.64) nach C_i' auf und setzt C_i' in (2.2.3.63) ein, so folgt

$$\phi_i(z) = M_i(z) \cdot M_i^{-1}(a) \cdot \phi_{i-1}(a). \quad (2.2.3.65)$$

Unter Berücksichtigung von (2.2.3.62) wird aus (2.2.3.65) schließlich

$$\phi_i(z) = M_i(z') \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\partial_{zi} \mu_{zi}} & 0 \\ -S_i & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{S_i}{\partial_{zi} \nu_{zi}} & \frac{1}{\partial_{zi} \nu_{zi}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{i-1}(a) \\ \phi_{i-1}(a) \\ -\mathcal{I}_{i-1}^{(z)}(a) \\ -\mathcal{I}_{i-1}^{(z)}(a) \end{pmatrix}. \quad (2.2.3.66)$$

Auf diese Weise ergibt sich z. B. für den M-Reflektor:

$$\phi_{\mathcal{M}} = \phi_{\mathcal{K}}(h) \cosh(\mu_{\mathcal{M}} z') - \frac{\mathcal{I}_{\mathcal{K}}^{(z)}(h)}{\partial_{\mathcal{M}} \mu_{\mathcal{M}}} \sinh(\mu_{\mathcal{M}} z') \quad (2.2.3.67)$$

$$\begin{aligned} \phi_{\mathcal{EM}} &= S_M \phi_{\mathcal{M}} + [\phi_{\mathcal{EK}}(h) - S_M \phi_{\mathcal{K}}(h)] \cosh(\nu_{\mathcal{EM}} z') \\ &+ \left[\frac{S_M}{\partial_{\mathcal{M}} \nu_{\mathcal{EM}}} \mathcal{I}_{\mathcal{K}}^{(z)}(h) - \frac{\mathcal{I}_{\mathcal{EK}}^{(z)}(h)}{\partial_{\mathcal{EM}} \nu_{\mathcal{EM}}} \right] \sinh(\nu_{\mathcal{EM}} z') \end{aligned} \quad (2.2.3.68)$$

mit $z' = z - h.$

Ersetzt man in den Gleichungen (2.2.3.67) und (2.2.3.68) den Index M durch R und den Index K durch H sowie h durch z_1 , so erhält man die entsprechenden Gleichungen für den R-Reflektor. Da die Flußdichten am extrapolierten äußeren Reaktorrand, d.h. für $z' = t$ verschwinden müssen, vereinfachen sich die betreffenden Gleichungen wesentlich und man erhält:

$$\phi_{SR} = \sinh [\mu_{2R}(t-z')] \frac{\phi_{SM}(z_1)}{\sinh(\mu_{2R}t)} \quad (2.2.3.69)$$

$$\phi_{ER} = S_R \phi_{SR} + \frac{\sinh[\nu_{2R}(t-z')]}{\sinh(\nu_{2R}t)} [\phi_{EM}(z_1) - S_R \phi_{SM}(z_1)] \quad (2.2.3.70)$$

mit $z' = z - z_1.$

In ähnlicher Weise folgt für den N-Reflektor:

$$\phi_{SN} = \sinh [\mu_{2N}(e+z')] \frac{\phi_{SK}(-h)}{\sinh(\mu_{2N}e)} \quad (2.2.3.71)$$

$$\phi_{EN} = S_N \phi_{SN} + \frac{\sinh[\nu_{2N}(e+z')]}{\sinh(\nu_{2N}e)} [\phi_{EK}(-h) - S_N \phi_{SK}(-h)] \quad (2.2.3.72)$$

mit $z' = z + h.$ e bedeutet die Reflektordicke einschließlich Extrapolationslänge.

2.2.4 Näherungslösung für den allseitig reflektierten zylindrischen Reaktor

Die in den Kapiteln 2.2.2 und 2.2.3 beschriebenen Verfahren zur Lösung des entweder radial- oder endreflektierten Reaktors legen es nahe, auch für den allseitig reflektierten Reaktor einen Produktansatz für die Flußdichten zur Variablentrennung zu versuchen. Dies kann so geschehen, daß man den Radialanteil der Flußdichten für den Radialreflektor $\phi_r^{(R)}$ mit dem entsprechenden Achsialanteil der Flußdichten für den Endreflektor $\phi_z^{(E)}$ multiplikativ verknüpft.

Die Flußdichten im Kern ergeben sich somit zu

$$\phi_{rk} = \phi_{rk}^{(R)} \cdot \phi_{rk}^{(E)} \quad (2.2.4.1)$$

$$\phi_{zk} = \frac{1}{S_{1k}} \phi_{zk}^{(R)} \cdot \phi_{zk}^{(E)} \quad (2.2.4.2)$$

mit

$$\phi_{rk}^{(R)} = C_{1k} J_0(\mu_{rk} r) + C_{3k} I_0(\nu_{rk} r) \quad (2.2.4.3)$$

$$\phi_{zk}^{(R)} = S_{1k} C_{1k} J_0(\mu_{rk} r) + S_{2k} C_{3k} I_0(\nu_{rk} r) \quad (2.2.4.4)$$

(vgl. Kap. 2.2.2, Gleichung (2.2.2.3) bis (2.2.2.6),)

und

$$\phi_{rk}^{(E)} = C_{1k}' \cos(\mu_{rk} z) + C_{2k}' \sin(\mu_{rk} z) + C_{3k}' \cosh(\nu_{rk} z) + C_{4k}' \sinh(\nu_{rk} z) \quad (2.2.4.5)$$

$$\phi_{zk}^{(E)} = S_{1k} C_{1k}' \cos(\mu_{rk} z) + S_{1k} C_{2k}' \sin(\mu_{rk} z) + S_{2k} C_{3k}' \cosh(\nu_{rk} z) + S_{2k} C_{4k}' \sinh(\nu_{rk} z) \quad (2.2.4.6)$$

(vgl. Kap. 2.2.3, Gleichung (2.2.3.4) bis 2.2.3.7).)

Das soeben beschriebene Verfahren zur Berechnung der Flußdichten im Kern liefert jedoch nur Näherungslösungen für ϕ_{sK} und ϕ_{tK} , da die Produkte (2.2.4.1) und (2.2.4.2) die beiden Glieder $I_0(\gamma_{rK}r) \cdot \cosh(\gamma_{zK}z)$ und $I_0(\gamma_{rK}r) \cdot \sinh(\gamma_{zK}z)$ enthalten, die keine Lösungen der Diffusionsgleichungen (2.1.1.2) darstellen (vgl. auch (2.2.1.17) und (2.2.1.18).)

Beschränkt man sich aber auf die Nähe der Zylindersymmetrieachse, so spielt der Term $C_{3K} I_0(\gamma_{rK}r)$ verglichen mit $C_{1K} J_0(\gamma_{rK}r)$ in (2.2.4.3) im allgemeinen nur eine recht untergeordnete Rolle. Entsprechendes gilt für die Terme $C'_{3K} \cosh(\gamma_{zK}z)$ und $C'_{4K} \sinh(\gamma_{zK}z)$ in unmittelbarer Nähe der Kernzylinder-Symmetrieebene. Lediglich in den Eckgebieten des Kernzylinders führt daher die Darstellung (2.2.4.1) und (2.2.4.2) zu gewissen geringfügigen Abweichungen vom tatsächlichen Flußdichteverlauf. Für die Zylinderachse und die Kernzylinder-Symmetrieebene stellen die obigen Ausdrücke (2.2.4.1) und (2.2.4.2) aber recht gute Approximationen der Flußdichten dar.

In Gleichung (2.2.4.2) wurde das Produkt aus $\phi_{tKr}^{(R)}$ und $\phi_{tKz}^{(E)}$ noch mit dem Faktor $1/S_{1K}$ multipliziert. Die Einführung des Faktors ist deshalb notwendig, weil auf Grund der obigen Erklärung für kleine r bzw. kleine z die Beziehung

$$\frac{\phi_{tKr}^{(R)}}{\phi_{sKr}^{(R)}} = \frac{\phi_{tKz}^{(E)}}{\phi_{sKz}^{(E)}} = S_{1K} \quad (2.2.4.7)$$

mit guter Näherung erfüllt ist und in der Nähe des Koordinatensprungs auch

$$\frac{\phi_{tK}}{\phi_{sK}} = S_{sK} \quad (2.2.4.8)$$

gelten muß. Würde man den Faktor $1/S_{sK}$ in (2.2.4.2) weglassen, so hätte man in unmittelbarer Nähe des Koordinatenursprungs wegen (2.2.4.7)

$$\frac{\phi_{tK}}{\phi_{sK}} = \frac{\phi_{tKr}^{(R)} \cdot \phi_{tKz}^{(E)}}{\phi_{sKr}^{(R)} \cdot \phi_{sKz}^{(E)}} = S_{sK}^2 \quad (2.2.4.9)$$

und nicht S_{sK} wie es in (2.2.4.8) gefordert wird.

In ähnlicher Weise wie oben für den Kern lassen sich nun auch noch die Flußdichten in den Reflektoren durch geeignete Produktansätze näherungsweise recht gut beschreiben. Man erhält so z. B. für die Radialreflektoren:

$$\phi_{sM} = \phi_{sMr}^{(R)} \cdot \phi_{sKz}^{(E)} \quad (2.2.4.10)$$

$$\phi_{tM} = \frac{1}{S_{sK}} \phi_{tMr}^{(R)} \cdot \phi_{tKz}^{(E)} \quad (2.2.4.11)$$

$$\phi_{sR} = \phi_{sRr}^{(R)} \cdot \phi_{sKz}^{(E)} \quad (2.2.4.12)$$

$$\phi_{tR} = \frac{1}{S_{sK}} \phi_{tRr}^{(R)} \cdot \phi_{tKz}^{(E)} \quad (2.2.4.13)$$

Die Approximation wird für die Kernzylinder-Symmetrieebene besonders gut.

Schließlich lauten die Gleichungen für den oberen bzw. die beiden unteren Reflektoren:

$$\phi_{SN} = \phi_{SKr}^{(R)} \cdot \phi_{SNz}^{(E)} \quad (2.2.4.14)$$

$$\phi_{tN} = \frac{1}{S_{1K}} \phi_{tKr}^{(R)} \cdot \phi_{tNz}^{(E)} \quad (2.2.4.15)$$

$$\phi_{SM} = \phi_{SKr}^{(R)} \cdot \phi_{SMz}^{(E)} \quad (2.2.4.16)$$

$$\phi_{tM} = \frac{1}{S_{1K}} \phi_{tKr}^{(R)} \cdot \phi_{tMz}^{(E)} \quad (2.2.4.17)$$

$$\phi_{SR} = \phi_{SKr}^{(R)} \cdot \phi_{SRz}^{(E)} \quad (2.2.4.18)$$

$$\phi_{tR} = \frac{1}{S_{1K}} \phi_{tKr}^{(R)} \cdot \phi_{tRz}^{(E)} \quad (2.2.4.19)$$

Die symbolische Schreibweise ist auf Grund des oben für den Kern Gesagten verständlich. Auch diese Formeln (2.2.4.14) bis (2.2.4.19) stellen für die Zylinderachse eine sehr gute Näherung dar.

Die Berechnung der kritischen Kernabmessungen für einen allseitig reflektierten zylindrischen Reaktor kann gleichfalls mittels der in Kap. 2.2.2 und 2.2.3 angegebenen Methoden erfolgen.

Praktisch ist die Kernzylinderhöhe $H_0 = 2 h$ durch die aktive Länge der Brennelemente fest vorgegeben. Man löst daher die kritische Gleichung (2.2.3.50) für den Endre-

flektor nach μ_{zK} auf, indem man sich den fehlenden Radialreflektor durch Kernsubstanz seitlich ersetzt denkt. Aus dem sich ergebenden μ_{zK} erhält man vermöge der Beziehung (2.2.2.1) die extrapolierte Höhe H des äquivalenten reflektorlosen Reaktors. Diese Höhe H ist also gleich der Summe aus wahrer Höhe H_0 und achsialer Reflektorersparnis.

Anschließend löst man mit dem auf die beschriebene Weise errechneten μ_{zK} die kritische Gleichung (2.2.2.45) für den radialreflektierten Reaktor nach dem kritischen Kernradius R_0 auf und kann damit die kritische Masse des allseitig reflektierten Reaktorkerns angeben.

Da die Flußdichtebestimmung nach den angegebenen Verfahren letztlich auf die Lösung homogener linearer Gleichungssysteme hinausläuft, ist man auch hier wiederum genötigt, den in den Lösungen auftretenden und zunächst gänzlich unbestimmten Proportionalitätsfaktor mittels der in (2.2.2.54) angegebenen allgemeingültigen Beziehung auszurechnen. Wählt man für C_{1K} und C_{1K}' die in (2.2.2.51) und (2.2.3.54) vorgeschlagene Normierung, so errechnet sich der Proportionalitätsfaktor C wegen (2.2.4.2) aus der Beziehung

$$P = \frac{4\pi E_{q0} \Sigma_{ap} R_0 C}{S_{1K}} \left\{ \left[S_{1K} \frac{I_1(\mu_{rK} R_0)}{\mu_{rK}} + S_{2K} A \frac{I_0(\mu_{rK} R_0)}{I_0(\mu_{rK} R_0)} \frac{I_1(\mu_{rK} R_0)}{\mu_{rK}} \right] \right. \\ \left. \left[S_{1K} \frac{\sinh(\mu_{zk} h)}{\mu_{zk}} + S_{2K} B' \frac{\cosh(\mu_{zk} h)}{\cosh(\mu_{zk} h)} \frac{\sinh(\mu_{zk} h)}{\mu_{zk}} \right] \right\} \quad (2.2.4.20)$$

womit schließlich auch für den allseitig reflektierten Reaktor ein Lösungsweg aufgezeigt ist.

2.3 Ergebnisse der numerischen Rechnung für den FRJ-2

2.3.1 Kern- und Reflektor-Parameter

Der aus Uran, Aluminium und Schwerwasser bestehende Kern des FRJ-2 wird allseitig von einem Schwerwasserreflektor und in radialer Richtung sowie nach unten hin von einem zusätzlichen Graphitmantel umgeben. Für die genannten Gebiete sind die maßgebenden Konstanten der schnellen und thermischen Gruppe zu ermitteln. Als solche gelten Diffusionskoeffizient, Bremsquerschnitt, Einfang-, Streu- und Transportquerschnitt, Bremslänge, therm. Diffusionslänge sowie Multiplikationsfaktor k_{∞} für den Kern.

Bei der Berechnung der einzelnen Kernparameter wurde der Reaktorkern homogenisiert, d. h. es wurde so getan, als ob die im Kern vorhandenen Materialien gleichmäßig über denselben verteilt wären. Lediglich bei der Bestimmung der makroskopischen Wirkungsquerschnitte für die thermische Gruppe wurde der thermischen Flußdichteabsenkung innerhalb der Brennelemente Rechnung getragen. Die einzelnen Konstanten ergaben sich wie folgt:

a) Reaktorkern

Nach [4], S. 24 sind die Brennelemente im Kern so angeordnet, daß ihr gegenseitiger Abstand $6'' = 15,24$ cm beträgt. Jedes Brennelement hat nach [4], Fig. 21 eine aktive Länge von 61 cm und enthält 10 Brennstoffplatten mit insgesamt 115 g U^{235} und 8,65 - 28,75 g U^{238} entsprechend einer Anreicherung

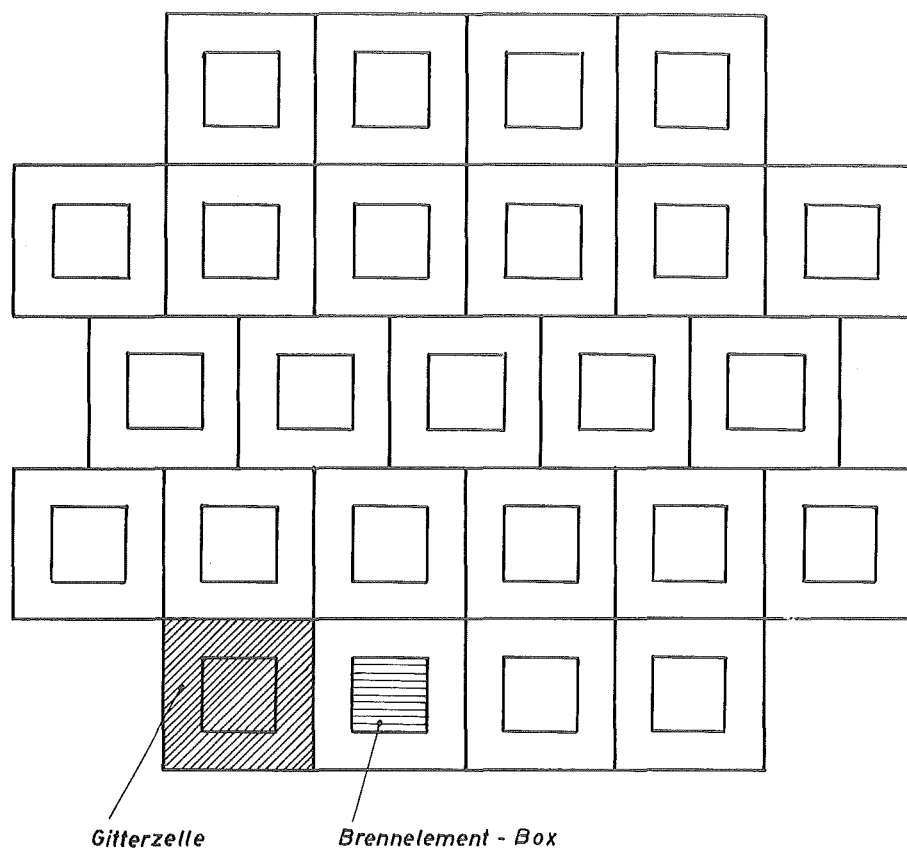
von 80 bis 93 % (vgl. [4] , S. 24 und 25). Ferner enthält der aktive Teil einer Brennelement-Box ca. 2680 g Aluminium. Das aktive Volumen einer Box ergibt sich zu 2984 cm³. Innerhalb eines jeden Brennelementes befinden sich rund 1985 cm³ Schwerwasser. Außerdem werden die Brennelemente noch von Schwerwasser umspült. Das Schwerwasser hat nach Harweller Informationen eine Isotopenreinheit von maximal 99,8 Gew. - %, doch ist beim FRJ-2 nur mit etwa 99,75 % zu rechnen.

Der gesamte Reaktorkern kann in Gitterzellen zerlegt werden (vgl. Abb. 2.3.1/1), deren Abmessungen durch den gegenseitigen Brennelementabstand und die aktive Höhe der Brennelemente gegeben sind. Das Volumen einer einzelnen Gitterzelle berechnet sich daraus zu $1,417 \cdot 10^4$ cm³.

Sämtliches Zahlenmaterial zur Berechnung der Konstanten für den homogenisierten Reaktorkern wurde aus [3] , 1-20, 1-24; 2-5, Tab. 6; 2-14, Tab. 18 und gelber Nachtrag S.3 entnommen. Da die thermischen Absorptionsquerschnitte der einzelnen Elemente für 2200 m/sec angegeben sind, müssen die mittleren mikroskopischen Absorptionsquerschnitte nach der Formel

$$\bar{\sigma}_a = g \frac{\sqrt{\pi}}{\lambda} \sigma_a(2200) \quad (2.3.1.1)$$

berechnet werden. In (2.3.1.1) bedeutet g einen Faktor, der die Abweichung vom 1/v-Gesetz berücksichtigt. Er ist von Fall zu Fall verschieden. Der Faktor $\sqrt{\pi}/2$ hingegen bringt zum Ausdruck, daß das thermische Spektrum einer Maxwell-Verteilung entspricht. Die obige Formel (2.3.1.1) gilt für eine Temperatur von 20° C. Für hiervon abweichende Temperaturen hat man den obigen Ausdruck (2.3.1.1) noch mit dem zusätzlichen Faktor $\sqrt{293/T}$ zu multiplizieren,



Einteilung des Kerns in Gitterzellen

Abb. 2.3.1/1

wobei T die absolute Temperatur in $^{\circ}\text{K}$ bedeutet.

In den beiden Tabellen 2.3.1.1 und 2.3.1.2 sind die therm. Absorptions-, Streu- und Transportquerschnitte für die Brennelement-Box und den angrenzenden Schwerwassermoderator enthalten.

Tab. 2.3.1.1: Thermische Konstanten für die Brennelement-Box

Medium	Dichte [g/cm ³]	$\bar{\sigma}_a(20^{\circ}\text{C})$ [barn]	$\Sigma_a(20^{\circ}\text{C})$ [cm ⁻¹]	σ_s [barn]	Σ_s [cm ⁻¹]	σ_{tr} [barn]	Σ_{tr} [cm ⁻¹]
U^{235}	$3,854 \cdot 10^{-2}$	599,45	$5,921 \cdot 10^{-2}$	10	$9,878 \cdot 10^{-4}$	9,97	$9,848 \cdot 10^{-4}$
U^{238}	$2,899 \cdot 10^{-3}$	2,41	$1,768 \cdot 10^{-5}$	8,3	$6,089 \cdot 10^{-5}$	8,28	$6,075 \cdot 10^{-5}$
Al	0,898	0,204	$4,091 \cdot 10^{-3}$	1,4	$2,808 \cdot 10^{-2}$	1,37	$2,747 \cdot 10^{-2}$
D_2O	0,734		$2,192 \cdot 10^{-5}$		0,319		0,232
H_2O	$1,475 \cdot 10^{-3}$		$2,876 \cdot 10^{-5}$		$5,177 \cdot 10^{-3}$		$3,068 \cdot 10^{-3}$
			$6,337 \cdot 10^{-2}$		0,353		0,264

Tab. 2.3.1.2: Thermische Konstanten für den Schwerwassermoderator (Isotopenreinheit: 99,8 Gew.-%)

Medium	Dichte [g/cm ³]	$\Sigma_a(20^{\circ}\text{C})$ [cm ⁻¹]	Σ_s [cm ⁻¹]	Σ_{tr} [cm ⁻¹]
D_2O	1,103	$3,29 \cdot 10^{-5}$	0,479	0,349
H_2O	$2,21 \cdot 10^{-3}$	$4,31 \cdot 10^{-5}$	$7,76 \cdot 10^{-3}$	$4,60 \cdot 10^{-3}$
		$7,60 \cdot 10^{-5}$	0,487	0,354

Unter Berücksichtigung der Flußdichteabsenkung im Brennelement berechnen sich hieraus die über eine Gitterzelle bzw. über den gesamten Kern gemittelten makroskopischen Wirkungsquerschnitte nach der Formel

$$\bar{\Sigma} = \frac{\Sigma_b + \Sigma_m \frac{V_m \bar{\phi}_m}{V_b \bar{\phi}_b}}{1 + \frac{V_m \bar{\phi}_m}{V_b \bar{\phi}_b}} \quad (2.3.1.2)$$

mit

Σ_b = makroskopischer Wirkungsquerschnitt für die Brennelement-Box

Σ_m = makroskopischer Wirkungsquerschnitt für den angrenzenden Schwerwassermoderator

$\bar{\phi}_b$ = mittlere therm. Flußdichte im Brennelement

$\bar{\phi}_m$ = mittlere therm. Flußdichte im angrenzenden Schwerwassermoderator

V_b = aktives Volumen einer Brennelement-Box

V_m = Moderatorvolumen einer Gitterzelle außerhalb der Brennelement-Box

Der Ausdruck V_m/V_b kann aus den obigen Volumenangaben leicht berechnet werden. Zusammen mit dem aus Harweller DIMPLE-Versuchen bekannten Flußdichteverhältnis $\bar{\phi}_m/\bar{\phi}_b = 1,38$ (vgl. [5] , S. 23) ergibt sich:

$$\frac{V_m \bar{\phi}_m}{V_b \bar{\phi}_b} = 5,772. \quad (2.3.1.3)$$

Mit den Werten aus Tab. 2.3.1.1 und 2.3.1.2 folgt somit nach Formel (2.3.1.2) in Verbindung mit (2.3.1.3)

$$\bar{\Sigma}_a = \Sigma_{tk} = 1,033 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$$

$$\bar{\Sigma}_s = 0,465 \text{ cm}^{-1}$$

$$\bar{\Sigma}_{tr} = 0,339 \text{ cm}^{-1}$$

$$D_{tr} = \frac{\lambda_{tr}}{3} = \frac{1}{3 \bar{\Sigma}_{tr}} = 0,983 \text{ cm}$$

$$L_{tr}^2 = \frac{D_{tr}}{\bar{\Sigma}_{tr}} = 95,2 \text{ cm}^2$$

$$K_{tr}^2 = \frac{1}{L_{tr}^2} = 1,05 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-2}$$

Bei der Ermittlung der Konstanten der schnellen Gruppe braucht man die Flußdichtestruktur nicht zu berücksichtigen. Die Bremsfläche (Fermialter) für ein homogenisiertes Gemisch berechnet man zweckmäßig nach der Formel

$$\bar{\tau} = \tau_{D_2O} \cdot \frac{\left(\sum_i V_i \right)^2}{\left(\frac{\sum_i V_i \Sigma_{tri}}{\Sigma_{trD_2O}} \right) \left(\frac{\sum_i V_i \xi_i \Sigma_{si}}{\xi_{D_2O} \Sigma_{sD_2O}} \right)} \quad (2.3.1.4)$$

(vgl. [6] , S. 4), wobei V_i das Volumen der i-ten Komponente in einer Gitterzelle, ξ_i die mittlere logarithmische Energieabnahme je Kollision und Σ_{si} bzw. Σ_{tri} den makroskopischen Streu- bzw. Transportquerschnitt für die schnelle Gruppe bedeutet.

Der mittlere makroskopische Transportquerschnitt für die Gitterzelle bzw. den Kern berechnet sich zu

$$\bar{\Sigma}_{tr} = \frac{\sum_i V_i \Sigma_{tri}}{\sum_i V_i} \quad (2.3.1.5)$$

In Tabelle 2.3.1.3 ist sämtliches Zahlenmaterial zur Berechnung der schnellen Gruppenkonstanten zusammengestellt. Die Transportquerschnitte für U^{235} und U^{238} wurden hierbei durch Mittelung über ein $1/E$ -Flußdichtespektrum (vgl. [7], S. 157, Tab. 3-25) erhalten. Die übrigen Konstanten stammen aus [3], 1-20; 1-25; 2-13 und 2-14.

Tab. 2.3.1.3 Zur Berechnung der schnellen Gruppenkonstanten

Medium	V_i [cm ³]	ξ_i	$\bar{\Sigma}_{si}$ [cm ⁻¹]	$\bar{\Sigma}_{tr i}$ [cm ⁻¹]
U^{235}	6,05	0,0084	2,607	2,600
U^{238}	0,46	0,0084	1,302	1,298
Al	993	0,0730	0,084	0,082
D ₂ O	13140	0,509	0,351	0,270
H ₂ O	29,15	0,920	1,40	0,389

Mit $\tau(D_2O) = 125 \text{ cm}^2$ (vgl. [3], 1-20) folgt somit aus Gleichung (2.3.1.4) unter Verwendung der in Tab. 2.3.1.3 angegebenen Zahlenwerte

$$\bar{\tau} = 139 \text{ cm}^2$$

und wegen (2.3.1.5) hat man

$$D_{sk} = \frac{\lambda_{tr}}{3} = \frac{1}{3 \bar{\Sigma}_{tr}} = 1,292 \text{ cm}.$$

Der Multiplikationsfaktor k_{∞} für den unendlich ausgedehnten Reaktorkern ist aus den vier Faktoren ϵ , η , f und p aufgebaut. Wegen der hohen Brennstoff-Anreicherung im Kern und der Heterogenität desselben ist das Produkt $\epsilon \cdot p$ aus Schnellspalt- und Resonanzdurchlaßfaktor jedoch mit

großer Genauigkeit gleich 1, so daß sich k_{∞} auf das Produkt $\gamma \cdot f$ aus Regenerationskonstante und thermischer Nutzung reduziert. Es ist also

$$k_{\infty} = \gamma \cdot f. \quad (2.3.1.6)$$



Die Regenerationskonstante γ kann durch

$$\gamma = \nu \frac{\sigma_{sp}(25)}{\sigma_a(25)} \quad (2.3.1.7)$$

dargestellt werden, wobei

ν = Zahl der pro Spaltung freigesetzten Neutronen
(2,47)

$\sigma_{sp}(25)$ = mikroskopischer Spaltquerschnitt für U^{235}
(582,78 barn)

$\sigma_a(25)$ = mikroskopischer Absorptionsquerschnitt für U^{235}
(693,52 barn)

ist.

Die thermische Nutzung f hingegen ist definiert als das Verhältnis der im Brennstoff (U^{235}) absorbierten thermischen Neutronen zu den insgesamt im Brennstoff, U^{238} , Al und im Moderator absorbierten thermischen Neutronen. Unter Berücksichtigung der therm. Flußdichtestruktur in einer Gitterzelle hat man dann

$$f = \frac{\Sigma_b(25)}{\Sigma_b + \Sigma_m \frac{V_m \bar{\phi}_m}{V_b \bar{\phi}_b}} = \frac{\bar{\Sigma}(25)}{\Sigma_{tk}}. \quad (2.3.1.8)$$

In (2.3.1.8) bedeutet $\Sigma_b(25)$ den in Tab. 2.3.1.1 aufgeführten makroskopischen U^{235} -Absorptionsquerschnitt bezogen auf die Brennelement-Box, $\bar{\Sigma}(25)$ hingegen den mittleren makroskopischen U^{235} -Absorptionsquerschnitt bezogen auf die Gitterzelle.

Mit (2.3.1.7) und (2.3.1.8) folgt nach Einsetzen der entsprechenden Zahlenwerte aus (2.3.1.6)

$$k_{\infty} = 1,93.$$

Die materielle Flußwölbung B_m^2 läßt sich nunmehr aus der transzendenten Gleichung

$$\frac{k_{\infty} e^{-B_m^2 \bar{\tau}}}{1 + L_{tk}^2 B_m^2} = 1 \quad (2.3.1.9)$$

ermitteln und ergibt sich mit den bereits bekannten Konstanten k_{∞} , $\bar{\tau}$ und L_{tk}^2 zu

$$B_m^2 = 2,95 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}.$$

Schließlich kann auch noch das der Fermi-Altner-Theorie entsprechende $\bar{\tau}$ im Hinblick auf die der Kernberechnung zugrunde gelegte Zweigruppen-Theorie durch eine entsprechende Bremsfläche L_{sk}^2 ersetzt werden. Es gilt dann

$$\frac{k_{\infty}}{(1 + L_{sk}^2 B_m^2)(1 + L_{tk}^2 B_m^2)} = 1 \quad (2.3.1.10)$$

mit

$$L_{sk}^2 = (e^{B_m^2 \bar{\tau}} - 1) / B_m^2 = 171,8 \text{ cm}^2.$$

Daraus folgt weiter

$$K_{sk}^2 = \frac{1}{L_{sk}^2} = 5,827 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}.$$

Die in (2.1.1.12a) und (2.1.1.12b) angegebenen Kopplungskoeffizienten S_{1K} und S_{2K} ergeben sich schließlich mit $\mu_K^2 = B_m^2 = 2,95 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$ zu

$$S_{1K} = 0,5687; \quad S_{2K} = -0,8721.$$

b) Schwerwasser-Reflektor

Die zur Berechnung der Schwerwasser-Konstanten erforderlichen Zahlenangaben können der Tab. 2.3.1.4 entnommen werden. Die dort angegebenen Volumenanteile entsprechen einer Isotopenreinheit von 99,8 Gew.-%. Die Bremsfläche ist wiederum durch Gleichung (2.3.1.4) gegeben und zur Ermittlung der mittleren makroskopischen Wirkungsquerschnitte, gleichgültig ob es sich dabei um Absorptions- oder Transportquerschnitte handelt, kann Formel (2.3.1.5) benutzt werden.

Tab. 2.3.1.4: Zur Berechnung der Schwerwasser-Konstanten

Medium	V_i [cm ³]	Σ_{ai} [cm ⁻¹]	therm. Gruppe Σ_{tri} [cm ⁻¹]	ξ_i	schnelle Gruppe Σ_{si} [cm ⁻¹]	Σ_{tri} [cm ⁻¹]
D ₂ O	0,9978	0,000033	0,350	0,509	0,351	0,270
H ₂ O	0,0022	0,0195	2,083	0,920	1,400	0,389

Man erhält folgende Werte:

$$\bar{\Sigma}_a = \Sigma_{tM} = 7,583 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1} \quad (\text{therm. Absorptionsquerschnitt})$$

$$\bar{\Sigma}_{tr} \quad (\text{therm.}) = 0,354 \text{ cm}^{-1}$$

$$\bar{\tau}_M = 123,2 \text{ cm}^2$$

$$\bar{\Sigma}_{tr} \quad (\text{schnell}) = 0,270 \text{ cm}^{-1}.$$

Damit folgt weiter in bekannter Weise

$$D_{tM} = 0,942 \text{ cm} \quad (\text{Diffusionskoeffizient der therm. Gruppe})$$

$$D_{sM} = 1,235 \text{ cm} \quad (\text{Diffusionskoeffizient der schnellen Gruppe})$$

$$K_{tM}^2 = \frac{\Sigma_{tM}}{D_{tM}} = 8,045 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-2}$$

$$K_{SM}^2 = \frac{1}{\bar{\tau}_M} = 8,117 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}.$$

Der Kopplungskoeffizient S_M berechnet sich nach Formel (2.1.2.9) zu

$$S_M = -1,324.$$

c) Graphit-Reflektor

Für den Graphit-Reflektor können die Konstanten einfach aus der Literatur entnommen werden (vgl. [3] , 1-20). Es gilt:

$$\bar{\Sigma}_a = \Sigma_{tR} = 3,42 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

$$\bar{\Sigma}_{tr} (\text{therm.}) = \bar{\Sigma}_{tr} (\text{schnell}) = 0,364 \text{ cm}^{-1}$$

$$\bar{\tau}_R = 364 \text{ cm}^2.$$

Daraus folgt:

$$D_{tR} = D_{sR} = 0,916 \text{ cm}$$

$$K_{tR}^2 = \frac{\Sigma_{tR}}{D_{tR}} = 3,734 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-2}$$

$$K_{sR}^2 = \frac{1}{\bar{\tau}_R} = 2,747 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}.$$

Der Kopplungskoeffizient ergibt sich gleichfalls nach (2.1.2.9) zu

$$S_R = -1,157.$$

2.3.2 Kritische Masse und Flußdichteverteilung

Zur Ermittlung des kritischen Kernradius bzw. der daraus sich ergebenden kritischen Masse des FRJ-2 kann im Prinzip das in Kap. 2.2.4 beschriebene Verfahren Verwendung finden. Da der durch die unsymmetrische Endreflektor-Anordnung bedingte Rechenaufwand zur Bestimmung von μ_{zK} (vgl. Kap. 2.2.3) beträchtlich groß ist, empfiehlt es sich so zu rechnen, als ob der Reaktorkern sowohl oben als auch unten in gleicher Weise von Schwerwasser und Graphit umgeben wäre. Mit

$$t = z_2 - z_1 = 63 \text{ cm}$$

$$d = z_1 - h = 45 \text{ cm}$$

und

$$h = 30,5 \text{ cm}$$

(vgl. Abb. 2.2.3/1) sowie

$$\mu_K^2 = 2,95 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$$

und

$$\nu_K^2 = 1,93 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-2}$$

nach Gleichung (2.1.1.6a) und Gleichung (2.1.1.6b) erhält man durch Auflösung der transzendenten Gleichung (2.2.3.60) ein μ_{zK}^2 von

$$\mu_{zK}^2 = 8,0 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-2},$$

womit sich schließlich mit $R_1 = 100,3 \text{ cm}$ und $R_2 = 162,6 \text{ cm}$ nach Kap. 2.2.2 ein kritischer Kernradius von

$$R_0 = 26 \text{ cm}$$

ergibt.

Aus dem in Kap. 2.3.1 angegebenen Gitterzellen-Volumen von $1,417 \cdot 10^4 \text{ cm}^3$ und der in einem Brennelement vor-

handenen U^{235} -Menge von 115 g berechnet sich die U^{235} -Dichte für die Gitterzelle zu $8,12 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3$. Mithin enthält der kritische Kern bei einer aktiven Zylinderhöhe von 61 cm etwa 1050 g U^{235} . Die kritische Masse wird also durch 9,1 Brennelemente in zylindrischer Anordnung realisiert.

Nach [8] , Anhang Seite 41 soll der Reaktor bei voller Brennelementbeladung (25 Brennelemente in 5 Reihen zu 4,6,5,6 und 4 Elementen) im kalten, unvergifteten Zustand eine maximale Überschußreaktivität von 21,7 % besitzen. Dem entspricht eine geometrische Flußwölbung von

$$B_g^2 = 1,82 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2},$$

wie man sofort erkennt, wenn man per definitionem

$$\rho = \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}} = 0,217 \quad (2.3.2.1)$$

setzt und die transzendente Gleichung

$$\frac{k_{\infty} e^{-B_g^2 \bar{c}}}{1 + L_{tk}^2 B_g^2} = k_{eff} = \frac{1}{1 - \rho} \quad (2.3.2.2)$$

mit den bekannten Parametern $k_{\infty} = 1,93$, $\bar{c} = 139 \text{ cm}^2$, $L_{tk}^2 = 95,2 \text{ cm}^2$ und $\rho = 0,217$ nach B_g^2 auflöst. Durch Umformung von (2.3.2.2) erhält man

$$\frac{k'_{\infty} e^{-B_g^2 \bar{c}}}{1 + L_{tk}^2 B_g^2} = 1 \quad (2.3.2.3)$$

mit

$$k'_{\infty} = \frac{k_{\infty}}{k_{eff}} = k_{\infty} (1 - \rho) = 1,511.$$

Damit hat man den Anschluß an Gleichung (2.3.1.9) gewonnen, nur daß jetzt k_{∞} durch k'_{∞} und B_m^2 durch B_g^2 ersetzt wurde.

Ersetzt man ferner das der Fermi-Alter-Theorie entsprechende $\bar{\tau}$ durch ein äquivalentes $L_{SK}'^2$ für die Zweigruppen-Rechnung, so folgt in Anlehnung an (2.3.1.10)

$$\frac{k'_{\infty}}{(1 + L_{SK}'^2 B_g^2)(1 + L_{tK}^2 B_g^2)} = 1 \quad (2.3.2.4)$$

mit

$$L_{SK}'^2 = (e^{B_g^2 \bar{\tau}} - 1) / B_g^2 = 158,2 \text{ cm}^2$$

und

$$k_{SK}'^2 = \frac{1}{L_{SK}'^2} = 6,321 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}.$$

Die Kopplungskoeffizienten S_{1K}' und S_{2K}' ergeben sich dann mit den neuen Konstanten ($k_{SK}'^2 = 6,321 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$; $\mu_K'^2 = B_g^2 = 1,82 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$) zu

$$S_{1K}' = 0,6742; \quad S_{2K}' = -1,020.$$

Wie eine eingehendere Untersuchung zeigt, stellt Gleichung (2.3.2.3) bzw. die ihr äquivalente Gleichung (2.3.2.4) die kritische Gleichung für den zu 21.7 % abgebrannten und entsprechend vergifteten Reaktorkern dar.

Das gleiche Rechenverfahren, das zur Ermittlung der kritischen Masse des kalten, unversehrten Kerns benutzt wurde, ließ sich auch im vorliegenden Falle mit Vorteil anwenden. Mit den neuen Konstanten

$$\mu_K'^2 = 1,82 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$$

$$\nu_K'^2 = 1,86 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-2}$$

ergibt sich bei der gleichen Endreflektor-Anordnung das $\mu_{zK}'^2$ zu

$$\mu_{zK}'^2 = 6,66 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-2}.$$

Auf gleiche Weise findet man schließlich für den kritischen Radius R_0'

$$R_0' = 40,7 \text{ cm}.$$

Diesem Radius entspricht eine unverbrauchte Brennstoffmenge von 2580 g U²³⁵, mit der eine Überschußreaktivität von maximal 21,7 % erzielt wird. Dieser Zustand wird durch 22,4 Brennelemente in zylindrischer Anordnung realisiert. Wie man sieht, führt die Kernberechnung auf eine zu geringe Anzahl von Brennelementen (22,4 statt 25 Brennelemente). Dies rührt offensichtlich daher, daß der Schwerwasser- und Graphit-Reflektor bei der Rechnung etwas überschätzt wurde.

Wegen der allgemein gültigen Beziehung (2.2.1.7) ergibt sich $\mu_{rK}'^2$ zu

$$\begin{aligned} \mu_{rK}'^2 &= 18,2 \cdot 10^{-4} - 6,66 \cdot 10^{-4} = \\ &11,54 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-2}. \end{aligned}$$

Mithin ergeben sich nach (2.2.2.1) und (2.2.3.2) die Abmessungen des gleichwertigen, reflektorlosen Reaktors zu

$$H = \frac{\pi}{\mu_{zK}'} = 121,7 \text{ cm} \quad (2.3.2.5)$$

und

$$R = \frac{2,405}{\mu_{rK}'} = 70,8 \text{ cm}. \quad (2.3.2.6)$$

Die radialen Flußdichten in Höhe der Kernmitte und die Flußdichten entlang der Kernzylinder-Symmetrieachse (achsiale Flußdichteverteilung) können mit hinreichender Genauigkeit mittels der in Kap. 2.2.2 und 2.2.3 beschriebenen Verfahren bis auf einen konstanten Faktor berechnet werden. Der von der Reaktorleistung abhängige Faktor ergibt sich schließlich aus der Beziehung (2.2.2.54) oder der daraus folgenden Gleichung (2.2.4.20).

Mit $E_{sp} = 2,884 \cdot 10^{-17}$ MW sec/Spaltung und $\bar{\Sigma}_{sp} = 8,062 \cdot 10^{-3}$ cm⁻¹ sind die Ergebnisse der Rechnung für 10 MW Reaktorleistung den Abbildungen 2.3.2/1 (radialer Flußdichteverlauf) und 2.3.2/2 (achsialer Flußdichteverlauf) zu entnehmen.

2.3.3 Reaktivitätsänderung in Abhängigkeit von der Kernbeladung

In Abschnitt 2.3.2 wurde die kritische Masse des kalten unvergifteten Kerns mit $M_K = 1,05 \cdot 10^3$ g U²³⁵ angegeben. Dieser kritischen Masse entspricht wegen $k_{eff} = 1$ eine Reaktivität $\rho = 0$. Zur Erzeugung einer Überschußreaktivität von 21,7 % im kalten, unvergifteten Zustand ist eine Brennstoffmenge von rund $2,58 \cdot 10^3$ g U²³⁵ erforderlich. Die Reaktivität in Abhängigkeit vom Beladungszustand ist somit in grober Annäherung durch

$$\rho = 1,42 \cdot 10^{-4} (M - M_K) \quad (2.3.3.1)$$

gegeben.

Beim Hinzuladen eines Brennelementes wird die bereits vorhandene Brennstoffmenge um 115 g vermehrt; dem entspricht nach (2.3.3.1) im Mittel eine Reaktivitätsänderung um 1,63 %.

Praktisch ist es jedoch so, daß der durch die Zugabe eines Brennelementes bedingte Reaktivitätszuwachs sehr stark vom momentanen Beladungszustand des Kerns abhängt; er wird z.B. wesentlich größer sein, wenn nur einige wenige Brennelemente im Kern vorhanden sind und entsprechend geringer ausfallen, wenn der Kern schon nahezu vollständig aufgebaut ist. Außerdem hängt die Reaktivitätsänderung auch noch ganz davon ab, an welcher Stelle das Brennelement an eine bereits bestehende Kernkonfiguration angefügt wird, ob ein noch freier Eckplatz aufgefüllt oder ob etwa mit dem Bau einer neuen Reihe begonnen wird. Im erstgenannten Fall ist die Reaktivitätserhöhung größer als im letzteren. Die Einbringung des zentralen Brennelements ist nach [8] , Anhang Seite 41, sogar mit einer Reaktivitätserhöhung um etwa 2,4 % verknüpft.

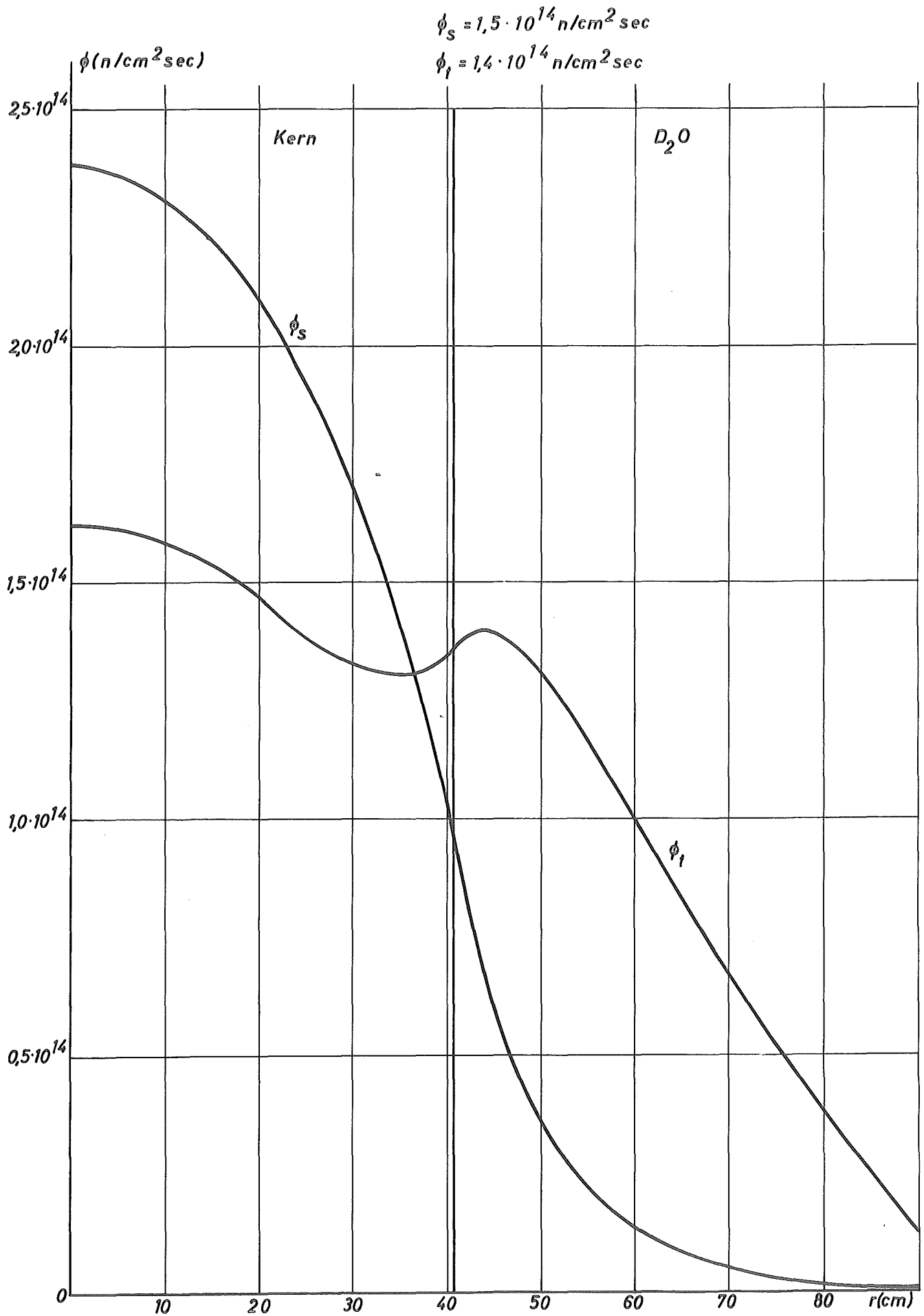
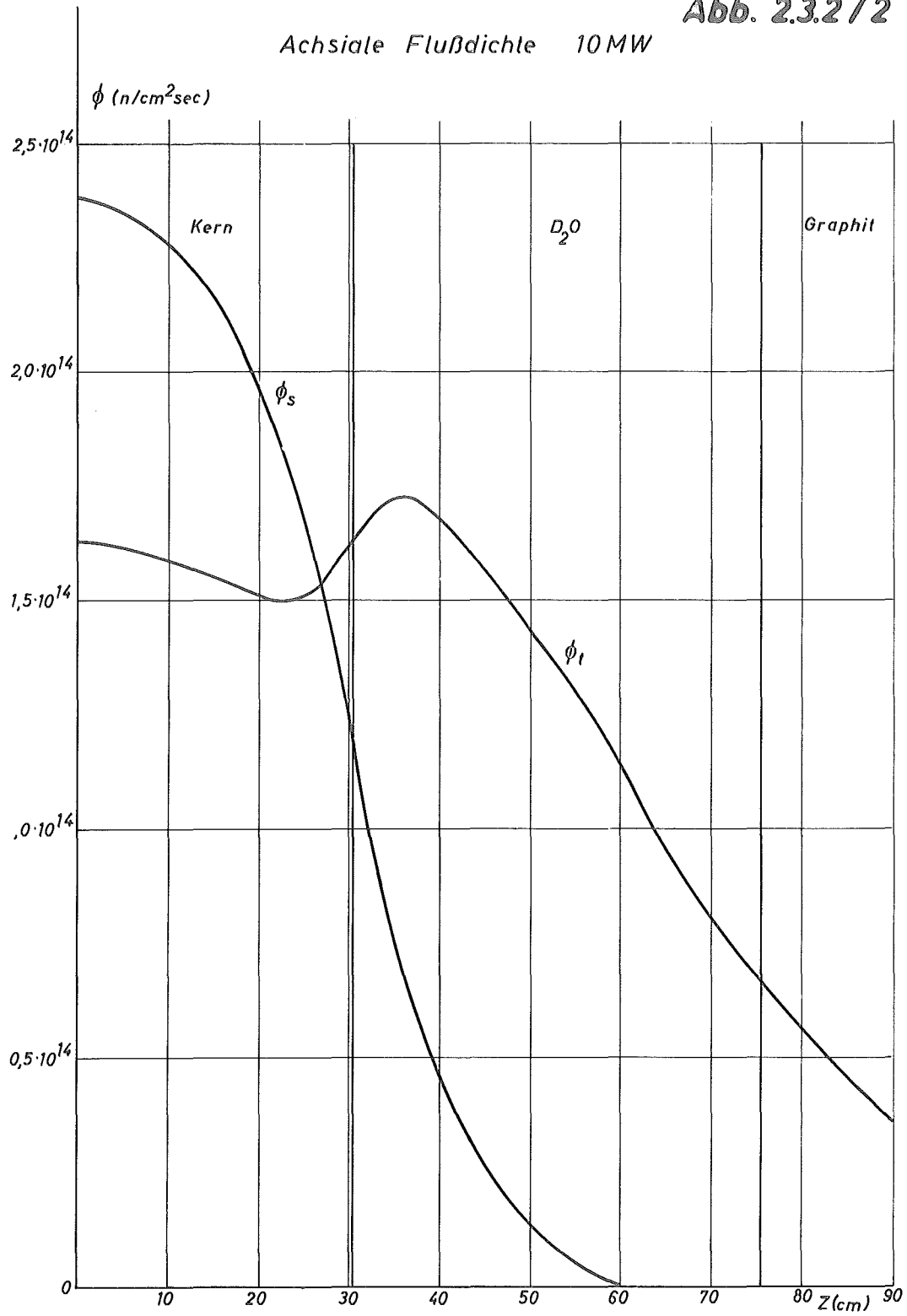


Abb. 2.3.2/2

Achsiale Flußdichte 10 MW



3. Temperaturverhalten bei stationärem Reaktorbetrieb

Die theoretische Behandlung der in Kap. 3.1 dargelegten Probleme erfolgte unter Verwendung von [9], Kap. XI.

3.1 Temperaturverteilung im zentralen Brennelement

3.1.1 Mittlere und maximale Leistungsdichte

Die Leistungsdichte im Kern steht mit der therm. Flußdichte dortselbst in einem direkt proportionalen Zusammenhang. Bezeichnet man die Kernabmessungen eines zylindrischen Reaktorkerns mit R_0 (Zylinderradius) und H_0 (Zylinderhöhe) und die Abmessungen des gleichwertigen, reflektorlosen Reaktors mit R und H wobei

$$R = R_0 + \delta_r$$

$$H = H_0 + 2 \delta_z$$

ist und δ_r bzw. δ_z die radiale bzw. achsiale Reflektorsparnis bedeutet, so läßt sich die therm. Flußdichte im Kern des Reaktors mit Reflektor annähernd durch

$$\phi = \phi_0 \cos\left(\frac{\pi}{H} z\right) \cdot J_0\left(\frac{2.405}{R} r\right) \quad (3.1.1.1)$$

beschreiben. Die mittlere thermische Flußdichte im Kern ist dann durch

$$\pi R_0^2 H_0 \bar{\phi} = \phi_0 \int_{-H_0/2}^{H_0/2} \int_0^{R_0} \int_0^{2\pi} \cos\left(\frac{\pi}{H} z\right) J_0\left(\frac{2.405}{R} r\right) r d\varphi dr dz \quad (3.1.1.2)$$

definiert.

Aus (3.1.1.2) folgt somit

$$\phi_0 = \frac{\pi \cdot 2,405}{4} \frac{R_0 H_0}{R H} \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{H} \frac{H_0}{2}\right) \cdot J_1\left(\frac{2,405}{R} R_0\right)} \bar{\phi}. \quad (3.1.1.3)$$

Da die Leistungsdichte jedoch der thermischen Flußdichte proportional ist, kann man statt (3.1.1.3) auch

$$Q_0 = \frac{\pi \cdot 2,405}{4} \frac{R_0 H_0}{R H} \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{H} \frac{H_0}{2}\right) \cdot J_1\left(\frac{2,405}{R} R_0\right)} \bar{Q} \quad (3.1.1.4)$$

schreiben, wobei Q_0 die maximale und \bar{Q} die mittlere Leistungsdichte im Kern bedeutet.

3.1.2 Wärmedurchgangszahlen

Für turbulente Strömung eines flüssigen Kühlmittels durch ein Rohr läßt sich die Wärmedurchgangszahl anhand der Beziehung

$$\frac{h D}{\lambda} = 0,023 \left(\frac{D v \rho}{\mu} \right)^{0,8} \left(\frac{c_p \mu}{\lambda} \right)^{0,4} \quad (3.1.2.1)$$

leicht berechnen. (vgl. [9] , S. 678).

In Gleichung (3.1.2.1) haben die einzelnen Größen folgende Bedeutung

- h = Wärmedurchgangszahl
- D = Rohrdurchmesser
- v = mittlere Strömungsgeschwindigkeit
- ρ = Flüssigkeitsdichte
- λ = Wärmeleitzahl der Flüssigkeit
- c_p = spezifische Wärme der Flüssigkeit
bei konst. Druck

Ist der Rohrquerschnitt nicht kreisförmig, so hat man für D einen effektiven Durchmesser D_e einzuführen, der sich aus der Strömungsfläche F und dem zugehörigen Umfang p zu

$$D_e = 4 \cdot \frac{F}{p} \quad (3.1.2.2)$$

berechnet.

3.1.3 Kühlmitteltemperaturen

Die nachfolgenden Betrachtungen erstrecken sich auf den zentralen Kühlkanal des mittleren Brennelementes, wobei angenommen wird, daß die Kühlkanäle parallel zur z -Achse des benutzten Koordinatensystems verlaufen.

Auf dem Wege dz möge das Kühlmittel die Temperaturerhöhung dt erfahren. Diese Temperaturerhöhung kommt dadurch zustande, daß von den Brennstoffplatten durch die metallische Schutzhülle laufend Wärme an die vorbeiströmende Flüssigkeit abgegeben wird. Bedeutet w die Durchflußmenge des Kühlmittels in der Zeiteinheit, c_p die spez. Wärme der Kühlflüssigkeit bei konstantem Druck und $dq(z)$ die vom wärmeerzeugenden Volumenelement der Höhe dz in der Zeiteinheit an das Kühlmittel abgegebene Wärmemenge, so gilt

$$dq(z) = w \cdot c_p \cdot dt \quad (3.1.3.1)$$

Bezeichnet man ferner die in der Volumen- und Zeiteinheit in der Brennstoffplatte erzeugte Wärmemenge mit $Q(z)$, die wirksame Querschnittsfläche der Brennstoffplatten mit A , die Oberflächentemperatur der Brennstoffplatten-Umhüllung mit t_s und die Kühlmitteltemperatur mit t_f , dann hat man

$$dq(z) = Q(z) \cdot Adz = hp(t_s - t_f)dz, \quad (3.1.3.2)$$

wobei p und h die in Kap. 3.1.2 angegebene Bedeutung haben.

Aus (3.1.3.2) folgt nun weiter

$$t_s - t_f = \frac{Q(z)A}{h \cdot p} = \frac{Q(z) \cdot A \cdot H_0}{h \cdot p \cdot H_0} = \frac{Q(z)V}{hA_s} = \frac{Q(z)a}{h}. \quad (3.1.3.3)$$

Hierin bedeutet $V = A \cdot H_0$ das Volumen einer Brennstoffplatte, A_s die vom Wärmestrom durchsetzte Gesamtfläche und a demzufolge die halbe Dicke einer Brennstoffplatte (der Kühlkanal empfängt von zwei Brennstoffplatten Wärme).

Für $Q(z)$ kann man nun vermöge der in Kap. 3.1.1 gegebenen Erklärungen mit hinreichender Genauigkeit

$$Q(z) = Q_0 \cos\left(\frac{\pi}{H} z\right) \quad - \frac{H_0}{2} \leq z \leq \frac{H_0}{2} \quad (3.1.3.4)$$

schreiben, sobald man sich auf das mittelste Brennelement beschränkt und den Koordinatenursprung in die Mitte des Kernzylinders legt. Verschiebt man jedoch den Koordinatenursprung in den Schnittpunkt der Kernzylinderachse mit der unteren ebenen Reaktor-Begrenzungsfläche des dem Kern-Reflektor-System gleichwertigen reflektorlosen Reaktors, so gilt statt (3.1.3.4)

$$Q(z) = Q_0 \sin\left(\frac{\pi}{H} z\right) \quad \frac{H}{2} - \frac{H_0}{2} \leq z \leq \frac{H}{2} + \frac{H_0}{2}. \quad (3.1.3.5)$$

Die Kühlmitteltemperatur beim Eintritt in das zentrale Brennelement sei mit t_e bezeichnet. Wegen (3.1.3.1), (3.1.3.2) und (3.1.3.5) hat man dann

$$t_f - t_e = \frac{AQ_0}{\pi w c_p} \int_{\frac{H}{2} - \frac{H_0}{2}}^z \sin\left(\frac{\pi}{H} z'\right) dz' = \frac{Q_0 V}{\pi w c_p} \frac{H}{H_0} \left\{ \cos\left[\frac{\pi}{H} \left(\frac{H}{2} - \frac{H_0}{2}\right)\right] - \cos\left(\frac{\pi}{H} z\right) \right\}. \quad (3.1.3.6)$$

3.1.4 Temperaturen an der Außenfläche der Brennstoffplatten-Umhüllung

Die Temperatur t_s an der Außenfläche der Brennstoff-

platten-Umhüllung ist bereits in Gleichung (3.1.3.2) enthalten. Zusammen mit Gleichung (3.1.3.5) ergibt sich

$$t_s - t_f = \frac{Q_o V}{h A_s} \sin\left(\frac{\pi}{H} z\right). \quad (3.1.4.1)$$

Addition von (3.1.4.1) und (3.1.3.6) liefert

$$t_s - t_e = \frac{Q_o V}{h A_s} \sin\left(\frac{\pi}{H} z\right) + \frac{Q_o V}{\pi w c_p} \frac{H}{H_o} \left\{ \cos\left[\frac{\pi}{H} \left(\frac{H}{2} - \frac{H_o}{2}\right)\right] - \cos\left(\frac{\pi}{H} z\right) \right\}. \quad (3.1.4.2)$$

Aus (3.1.4.2) ist ersichtlich, daß $t_s - t_e$ und damit auch t_s ein Maximum erreicht, wenn

$$t_g\left(\frac{\pi}{H} z_m\right) = - \frac{\pi w c_p H_o}{h A_s H} \quad (3.1.4.3)$$

wird. Die maximale Temperaturdifferenz $(t_s - t_e)_m$ errechnet sich dann wegen (3.1.4.3) nach (3.1.4.2) zu

$$(t_s - t_e)_m = \frac{Q_o V}{\pi w c_p} \frac{H}{H_o} \left\{ \cos\left[\frac{\pi}{H} \left(\frac{H}{2} - \frac{H_o}{2}\right)\right] - \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{H} z_m\right)} \right\}. \quad (3.1.4.4)$$

3.1.5 Temperaturen in der zentralen Brennstoffplatte und deren Umhüllung

Zur Berechnung der stationären Temperaturverteilung in der zentralen Brennstoffplatte kann die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung

$$Q = - \lambda_u \frac{d^2 t_u}{dx^2} \quad (3.1.5.1)$$

Verwendung finden, deren allgemeine Lösung durch

$$t_u = - \frac{Q x^2}{2 \lambda_u} + C_1 x + C_2 \quad (3.1.5.2)$$

gegeben ist.

Innerhalb der Brennstoffplatten-Umhüllung gilt statt (3.1.5.1)

$$\lambda_c \frac{d^2 t_c}{dx^2} = 0, \quad (3.1.5.3)$$

wenn man annimmt, daß dortselbst keine Wärmequellen vorhanden sind. Die allgemeine Lösung dieser Gleichung (3.1.5.3) lautet:

$$t_c = C_3 x + C_4. \quad (3.1.5.4)$$

Bezeichnet man jetzt die Dicke der Brennstoffplatte mit $2a$, die Dicke der Brennstoffplatte mit Umhüllung hingegen mit $2b$, so können die vier Konstanten C_1 , C_2 , C_3 und C_4 in Gleichung (3.1.5.2) und Gleichung (3.1.5.4) anhand folgender Randbedingungen berechnet werden:

$$\left. \frac{dt_u}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad (3.1.5.5a)$$

$$-\lambda_c \frac{dt_c}{dx} = Q \cdot a \quad a \leq x \leq b \quad (3.1.5.5b)$$

$$t_c(b) = \frac{Qa}{h} + t_f = t_s \quad (\text{siehe Gl. (3.1.3.3)}) \quad (3.1.5.5c)$$

$$t_u(a) = t_c(a) = t_1 \quad (3.1.5.5d)$$

Daraus resultiert:

$$C_1 = 0 \quad (3.1.5.6a)$$

$$C_3 = - \frac{Qa}{\lambda_c} \quad (3.1.5.6b)$$

$$C_4 = \frac{Qa}{\lambda_c} b + \frac{Qa}{h} + t_f \quad (3.1.5.6c)$$

$$C_2 = \frac{Qa^2}{2\lambda_u} + Qa \left(\frac{b-a}{\lambda_c} + \frac{1}{h} \right) + t_f \quad (3.1.5.6d)$$

Die Gleichungen (3.1.5.2) und (3.1.5.4) gehen somit über in

$$t_u = \frac{Q}{2\lambda_u} (a^2 - x^2) + Qa \left(\frac{b-a}{\lambda_c} + \frac{1}{h} \right) + t_f \quad 0 \leq x \leq a \quad (3.1.5.7)$$

$$t_c = Qa \left(\frac{b-x}{\lambda_c} + \frac{1}{h} \right) + t_f \quad a \leq x \leq b \quad (3.1.5.8)$$

Im Inneren der Brennstoffplatte ($x = 0$) herrscht nach (3.1.5.7) die Temperatur

$$t_0 = \frac{Q}{2\lambda_u} a^2 + Qa \left(\frac{b-a}{\lambda_c} + \frac{1}{h} \right) + t_f, \quad (3.1.5.9)$$

wogegen die Temperatur an der Innenseite der Umhüllung nach (3.1.5.8) durch

$$t_1 = t_u(a) = t_c(a) = Qa \left(\frac{b-a}{\lambda_c} + \frac{1}{h} \right) + t_f \quad (3.1.5.10)$$

gegeben ist.

3.2 Auswertung für den FRJ-2

Bei vollständiger Brennelementbestückung enthält der Kern des FRJ-2 25 Brennelemente in zylindrischer Anordnung. Der Kernzylinderradius errechnet sich bei einem gegenseitigen Brennelementabstand von $6'' = 15,24 \text{ cm}$

zu $R_0 = 43$ cm. Bei einer Reaktorleistung von 10 MW und insgesamt 250 Brennstoffplatten mit je $16,5 \text{ cm}^3$ Volumen erhält man als mittlere Wärmeleistungsdichte

$$\bar{Q} = 5,791 \cdot 10^2 \text{ cal/cm}^3 \text{ sec.} \quad (3.2.1)$$

Daraus und nach Gleichung (3.1.1.4) folgt mit $H_0 = 61$ cm und $R = 70,8$ cm sowie $H = 121,7$ cm (vgl. (2.3.2.5) und (2.3.2.6).)

$$Q_0 = 8,513 \cdot 10^2 \text{ cal/cm}^3 \text{ sec.} \quad (3.2.2)$$

Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit im Kern beträgt bei einem Kühlmitteldurchsatz von rund 365 kg/sec etwa $v = 4,3$ m/sec. Die Wasserspalte zwischen zwei benachbarten Brennstoffplatten innerhalb eines Brennelementes sind ungefähr 6 cm lang und $0,1785'' = 0,45339$ cm breit. Mithin errechnet sich der effektive Kanaldurchmesser wegen (3.1.2.2) zu

$$D_e = 2,766 \cdot 10^{-2} \text{ ft} = 0,8437 \text{ cm} \quad (3.2.3)$$

Zur Berechnung der Wärmedurchgangszahlen h nach Formel (3.1.2.1) benötigt man λ , ρ , μ und c_p für Schwerwasser als Funktion der Temperatur. In Tab. 3.2.1 sind diese Größen für fünf verschiedene Temperaturen zusammen mit den nach (3.1.2.1) errechneten Wärmedurchgangszahlen h zusammengestellt. Sämtliche zur Berechnung erforderlichen Zahlenwerte wurden aus [3], 9-16, und 9-17 entnommen.

Tab. 3.2.1: λ , ρ , μ , c_p und h für Schwerwasser als Funktion der Temperatur

	68°F=20°C	86°F=30°C	104°F=40°C	122°F=50°C	140°F=60°C
λ [Btu/hr ft°F]	0,334	0,344	0,350	0,358	0,365
ρ [lb/ft³]	69,010	68,872	68,667	68,404	68,086
μ [lb/hr ft]	3,0480	2,344	1,931	1,595	1,335
c_p [Btu/lb°F]	1,006	1,005	1,004	1,004	1,004
h [Btu/hr ft²°F]	$2,696 \cdot 10^3$	$3,041 \cdot 10^3$	$3,315 \cdot 10^3$	$3,612 \cdot 10^3$	$3,912 \cdot 10^3$
h [cal/sec cm²°C]	0,3656	0,4124	0,4496	0,4899	0,5305

Nach [8] , Anhang S. 21 ist mit einer D₂O-Auslaßtemperatur von 35°C zu rechnen, während die Eintrittstemperatur um 7°C niedriger, d. h. bei 28°C liegt. Rechnet man daher mit einer mittleren Kühlmitteltemperatur von 31,5°C innerhalb der Brennelement-Kühlkanäle, so ergibt sich hierfür anhand der obigen Tabelle 3.2.1 die Wärmedurchgangszahl zu etwa

$$h = 0,417 \text{ cal/sec cm}^2\text{°C.} \quad (3.2.4)$$

Setzt man nun $\lambda_u = \lambda_c = 128 \text{ Btu/hr ft}^0\text{F} = 0,5291 \text{ cal/sec cm}^0\text{C}$ (vgl. [3] , 11-5), sieht also die Wärmeleitzahlen für die Brennstofflegierung und die Aluminiumumhüllung als gleich an, so ist mit $a = 2,254 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$ und $b = 7,254 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$ sämtliches Zahlenmaterial zur Berechnung von t_f , t_s , t_1 und t_0 nach (3.1.3.6), (3.1.4.1), (3.1.5.9) und (3.1.5.10) bereitgestellt. Die Ergebnisse der Rechnung sind in Tab. 3.2.2 enthalten und vermitteln einen Eindruck, wie sich die genannten Temperaturen in Längsrichtung des zentralen Brennelements ändern. Die z' -Variable hat ihren Anfang im unteren Ende des Brennelements.

Tab. 3.2.2: Temperaturverteilung entlang des zentralen Brennelementes

z' [cm]	t_f [°C]	t_s [°C]	t_1 [°C]	t_o [°C]
0	28,0	60,5	61,8	62,0
10	29,2	69,0	70,5	70,9
20	30,7	75,0	76,8	77,2
30,5	32,3	78,3	80,1	80,5
35,6	33,1	78,7	80,5	80,9
40	33,8	78,4	80,2	80,6
50	35,2	75,5	77,1	77,5
61	36,6	69,1	70,4	70,7

Wie man aus Tab. 3.2.2 erkennt, liegt das Maximum von t_s , t_1 und t_o nicht in der Brennelement-Mitte sondern 5,1 cm höher. Die maximale Brennstofftemperatur liegt demnach bei etwa 81°C.

4. Störungsrechnung

4.1 Die Zweigruppen-Störungsformel

In Abschnitt 2.3.2 wurde Gleichung (2.3.2.3) bzw. die ihr äquivalente Gleichung (2.3.2.4) als kritische Gleichung des zu 21,7 % abgebrannten und entsprechend vergifteten Kerns interpretiert. Der Multiplikationsfaktor für den unendlich ausgedehnten Kern ergab sich dort zu $k'_{\infty} = 1,511$. Jedoch für den Fall, daß der Reaktorkern mit frischen, unvergifteten Brennelementen beladen und eine Überschußreaktivität von 21,7 % eingebaut wird, muß durch zusätzliche Absorber (Kontrollarme) dafür gesorgt werden, daß der Reaktor nicht überkritisch wird. Mit anderen Worten, das für den kalten unvergifteten Kern geltende k_{∞} von 1,93 muß durch zusätzliche Absorber entsprechend verringert werden.

Da der Multiplikationsfaktor k_{∞} nach (2.3.1.6) mit guter Näherung durch das Produkt $k_{\infty} = \eta \cdot f$, die therm. Nutzung nach Gleichung (2.3.1.8) aber durch $f = \bar{\Sigma}(25)/\Sigma_{tK}$ gegeben ist, hat man

$$k_{\infty} \Sigma_{tK} = \eta \bar{\Sigma}(25) = 1,93 \cdot 1033 \cdot 10^{-2} = \text{const.}, \quad (4.1.1)$$

sobald die ursprünglich vorhandene Brennstoffmenge und damit auch $\bar{\Sigma}(25)$ erhalten bleibt. Andererseits muß im stationären Zustand aber auch $k_{\text{eff}} = 1$ erfüllt sein, d.h. es muß als weitere Bedingung

$$k_{\text{eff}} = \frac{k_{\infty} e^{-\beta_f^2 \bar{\epsilon}}}{1 + \frac{\beta_{tK}}{\Sigma_{tK}} \beta_f^2} = 1 \quad (4.1.2)$$

gelten. Die Auflösung der beiden Gleichungen (4.1.1)

und (4.1.2) nach k_{∞} und Σ_{tK} liefert dann mit $B_g^2 = 1,82 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$, $\bar{\tau} = 139 \text{ cm}^2$ und $D_{tK} = 0,983 \text{ cm}$ (vgl. Abschnitt 2.3.2)

$$k_{\infty} = 1,456$$

$$\Sigma_{tK} = 1,369 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1}.$$

Daraus folgt nun weiter in bekannter Weise

$$L_{tK}^2 = \frac{D_{tK}}{\Sigma_{tK}} = 71,8 \text{ cm}^2$$

$$K_{tK}^2 = \frac{1}{L_{tK}^2} = 1,393 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-2}$$

$$L_{sK}^2 = \frac{e^{B_g^2 \bar{\tau}} - 1}{B_g^2} = 158,2 \text{ cm}^2$$

$$K_{sK}^2 = \frac{1}{L_{sK}^2} = \frac{\Sigma_{sK}}{D_{sK}} = 6,321 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$$

$$S_{1K} = 0,5275$$

$$S_{2K} = -1,020.$$

Dabei wurde vorausgesetzt, daß die Zugabe von Absorbermaterial die Konstanten D_{sK} , $\bar{\tau}$ und D_{tK} nicht wesentlich beeinflußt, was auch tatsächlich der Fall ist.

Nach [10], S. 503 ist nun die Reaktivität eines Reaktors ohne Reflektor unter Verwendung eines Zweigruppen-Modells für $p = 1$ durch

$$\begin{aligned} \rho = \frac{\Delta k_{\text{eff}}}{k_{\text{eff}}} = \frac{1}{\int k_{\infty} \Sigma_{tK} \phi_{tK}^* \phi_{tK} dV} & \left\{ \int \delta(k_{\infty} \Sigma_{tK}) \phi_{tK}^* \phi_{tK} dV \right. \\ & - \int \delta \Sigma_{tK} \phi_{tK}^* \phi_{tK} dV + \int \delta \Sigma_{sK} \phi_{tK}^* \phi_{sK} dV - \int \delta \Sigma_{sK} \phi_{sK}^* \phi_{sK} dV \\ & \left. - \int \delta D_{sK} \text{grad } \phi_{sK}^* \text{grad } \phi_{sK} dV - \int \delta D_{tK} \text{grad } \phi_{tK}^* \text{grad } \phi_{tK} dV \right\} \end{aligned} \quad (4.1.3)$$

gegeben. Die Flußdichten ϕ_{sK} , ϕ_{tK} und die zugehörigen Einflußfunktionen (adjungierte Flußdichten) ϕ_{sK}^* , ϕ_{tK}^* lassen sich dann für das Zylinderproblem durch

$$\begin{aligned} \phi_{sK} &= C J_0(\mu_{rK} r) \cos(\mu_{zK} z) \\ \phi_{tK} &= S_{tK} C J_0(\mu_{rK} r) \cos(\mu_{zK} z) \\ \phi_{sK}^* &= J_0(\mu_{rK} r) \cos(\mu_{zK} z) \\ \phi_{tK}^* &= \bar{T}_{tK} J_0(\mu_{rK} r) \cos(\mu_{zK} z) \end{aligned} \quad (4.1.4)$$

mit

$$\begin{aligned} \mu_{rK} = \frac{2.405}{R} \quad \left. \begin{aligned} \mu_{zK} = \frac{\pi}{H} \end{aligned} \right\} \mu_K^2 = B_0^2 = \mu_{rK}^2 + \mu_{zK}^2 \\ \bar{T}_{tK} = 1 + L_{sK} \mu_K^2 = k_{\infty} \frac{\Sigma_{tK}}{\Sigma_{sK}} S_{tK} \end{aligned} \quad (4.1.5)$$

(vgl. [11]) darstellen.

Unter Berücksichtigung von (4.1.4) und (4.1.5) ergibt sich somit aus (4.1.3)

$$\begin{aligned} \rho = & \frac{\delta(k_{\infty} \Sigma_{tk})}{k_{\infty} \Sigma_{tk}} - \frac{\delta \Sigma_{tk}}{k_{\infty} \Sigma_{tk}} \frac{\bar{T}_{tk}}{S_{tk}} + \frac{\delta \Sigma_{sk}}{k_{\infty} \Sigma_{tk}} \frac{\bar{T}_{tk}}{S_{tk}} - \\ & \frac{\delta \Sigma_{sk}}{k_{\infty} \Sigma_{tk}} \frac{1}{S_{tk}} - \frac{\delta D_{sk}}{k_{\infty} \Sigma_{tk}} \mu_k^2 \frac{1}{S_{tk}} - \\ & \frac{\delta D_{tk}}{k_{\infty} \Sigma_{tk}} \mu_k^2 T_{tk}. \end{aligned} \quad (4.1.6)$$

4.2. Xenon-Vergiftung

Formel (4.1.6) kann zur Berechnung der Reaktivitätsänderung durch Spaltproduktvergiftung benutzt werden. Wegen (4.1.1) hat man

$$\delta(k_{\infty} \Sigma_{tk}) = 0 \quad (4.2.1)$$

und weiter

$$\delta \Sigma_{tk} = \Sigma_{ag} = \text{makroskopischer Absorptions-} \quad (4.2.2)$$

querschnitt der Reaktorgifte
im Kern

$$\delta \Sigma_{sk} = 0 \quad (4.2.3)$$

$$\delta D_{sk} = \delta D_{tk} = 0 \quad (4.2.4)$$

Einsetzen der Beziehungen (4.2.1) bis (4.2.4) in den obigen Ausdruck (4.1.6) liefert für die Reaktivitätsänderung die einfache Beziehung

$$\rho = - \frac{\sum_{aG}}{\sum_{JK}} S_{JK} . \quad (4.2.5)$$

Zur numerischen Auswertung der Gleichung (4.2.5) muß \sum_{aG} und damit auch die Konzentration des betreffenden Giftstoffes im Kern bekannt sein.

Das Xe^{135} entsteht aus der Muttersubstanz J^{135} und als direktes Spaltprodukt. Es zerfällt weiter in das gleichfalls instabile C_s^{135} mit einer Halbwertszeit von 9,2 h. Bezeichnet man die Spaltausbeuten mit γ , die Zerfallskonstanten mit λ und die mikroskopischen Absorptionsquerschnitte mit σ und kennzeichnet ferner die entsprechenden Größen der Muttersubstanz durch den Index 1, die der Tochtersubstanz hingegen durch den Index 2, so gilt für die zeitlichen Konzentrationsänderungen:

a) Muttersubstanz

$$\frac{dc_1}{dt} = -\lambda_1 c_1 - \sigma_1 \phi c_1 + \mu_1 \sum_{sp} \phi \quad (4.2.6)$$

b) Tochtersubstanz

$$\frac{dc_2}{dt} = -\lambda_2 c_2 - \sigma_2 \phi c_2 + \mu_2 \sum_{sp} \phi + \lambda_1 c_1 . \quad (4.2.7)$$

Die Lösungen für c_1 und c_2 lauten

$$c_1 = \frac{\mu_1 \sum_{sp} \phi_0}{\lambda_1 + \sigma_1 \phi_0} \left[1 - e^{-(\lambda_1 + \sigma_1 \phi_0)t} \right] + c_1(0) e^{-(\lambda_1 + \sigma_1 \phi_0)t} \quad (4.2.8)$$

$$c_2 = \frac{\sum_{sp} \phi_0}{\lambda_2 + \sigma_2 \phi_0} \left(\mu_2 + \frac{\lambda_1 \mu_1}{\lambda_1 + \sigma_1 \phi_0} \right) \left[1 - e^{-(\lambda_2 + \sigma_2 \phi_0)t} \right] + c_2(0) e^{-(\lambda_2 + \sigma_2 \phi_0)t} + \frac{\lambda_1 \mu_1 \sum_{sp} \phi_0}{\lambda_1 + \sigma_1 \phi_0} - \lambda_1 c_1(0) \left[\frac{e^{-(\lambda_1 + \sigma_1 \phi_0)t}}{\lambda_1 - \lambda_2 + (\sigma_1 - \sigma_2) \phi_0} - \frac{e^{-(\lambda_2 + \sigma_2 \phi_0)t}}{\lambda_1 - \lambda_2 + (\sigma_1 - \sigma_2) \phi_0} \right] , \quad (4.2.9)$$

wenn man annimmt, daß der bei vorgenommenen Änderungen der Betriebsbedingungen sich einstellende neue Gleichgewichtswert der therm. Flußdichte ϕ_0 sprunghaft erreicht wird.

Die in den obigen Gleichungen (4.2.8) und (4.2.9) zu verwendenden Konstanten ergeben sich wie folgt (vgl. [10], S. 506):

$$\lambda_1 = 2,88 \cdot 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$$

$$\mu_1 = 0,056$$

$$\sigma_1 = 0$$

$$\lambda_2 = 2,11 \cdot 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$$

$$\mu_2 = 0,003$$

$$\sigma_2 = 3,24 \cdot 10^{-18} \text{ cm}^2$$

$$\Sigma_{sp} = 8,062 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1} \text{ (siehe Abschn. 2.3.2)}$$

$$\phi_0 = 1,35 \cdot 10^{14} \text{ n/cm}^2 \text{ sec (mittlere therm. Flußdichte im Kern bei 10 MW Reaktorleistung)}$$

Der Anstieg der Xe^{135} -Konzentration im Kern während des Reaktorbetriebes bei 10 MW ist aus Abb. 4.2/1 zu entnehmen. Man ersieht hieraus, daß der Gleichgewichtswert praktisch erst nach etwa 3 Tagen vom Beginn der Arbeitsperiode erreicht wird; er beträgt dann

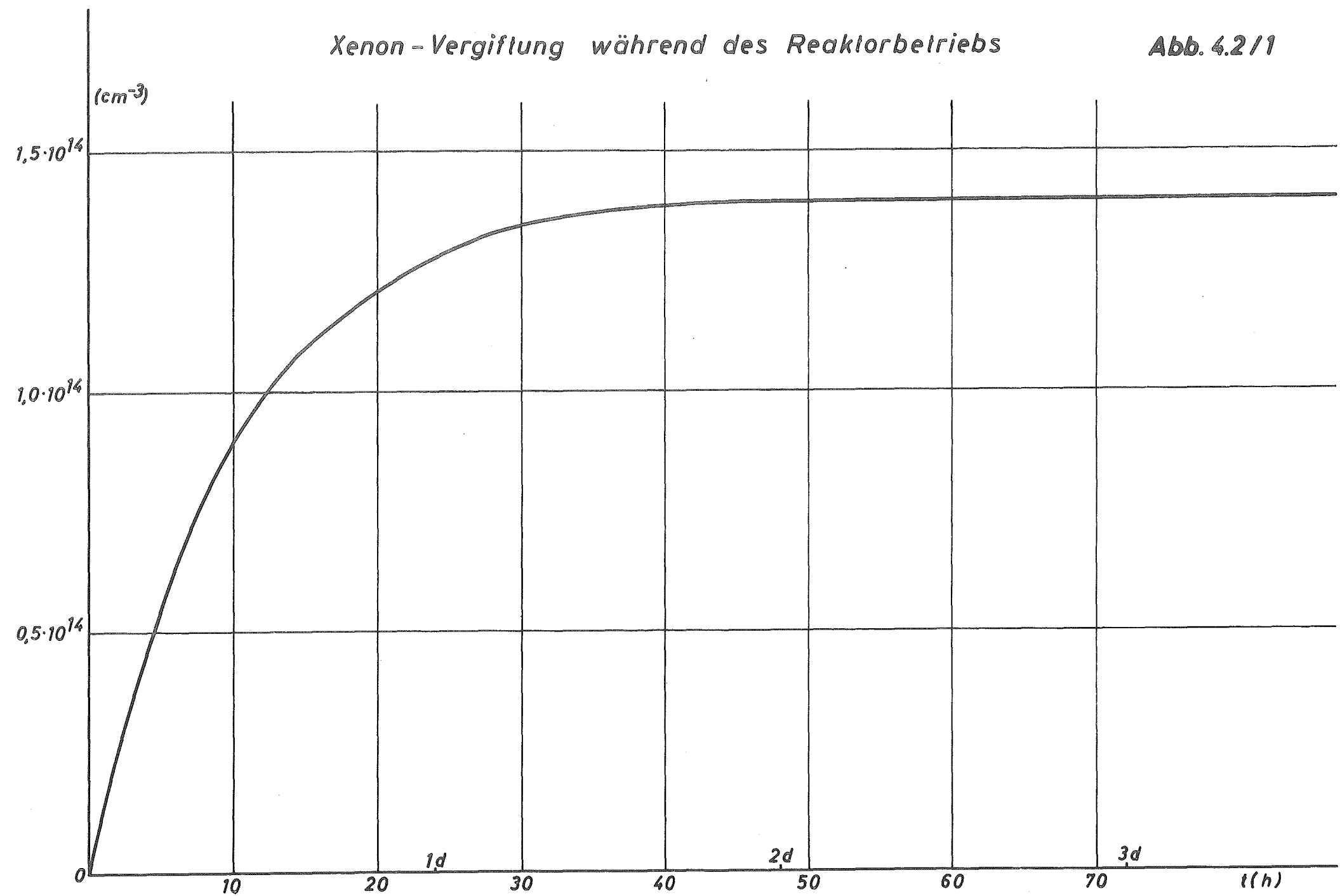
$$C_2(\infty) = 1,4 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}.$$

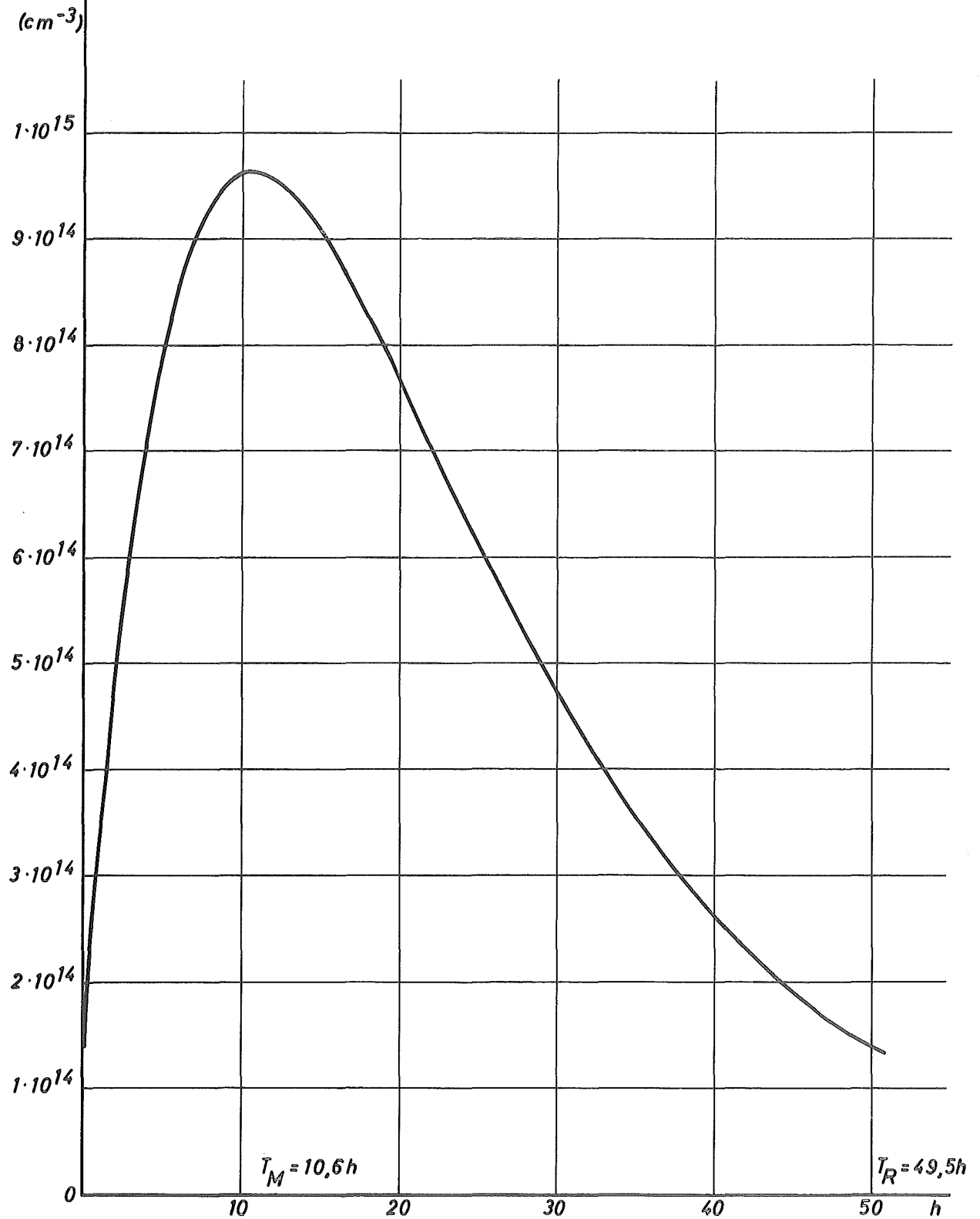
Dem entspricht mit $\sigma_2 = 3,24 \cdot 10^{-18} \text{ cm}^2$, $S_{1K} = 0,5275$ und $\Sigma_{sK} = 8,167 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ nach Gleichung (4.2.5) eine Reaktivitätsänderung um

$$\rho = - 2,9 \text{ ‰}.$$

Xenon - Vergiftung während des Reaktorbetriebs

Abb. 4.2/1



Xenon - Vergiftung nach vollständiger Reaktorabschaltung

Nach erfolgter Reaktorabschaltung ($\emptyset_0 = 0$) steigt die Xe^{135} -Konzentration im Kern zunächst sehr stark an, erreicht nach etwa 11 Stunden ihr Maximum von $9,6 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, um dann wieder abzufallen. Etwa 49,5 Stunden nach der Reaktorabschaltung ist praktisch die Gleichgewichtskonzentration wieder erreicht. Der Verlauf der Xe^{135} -Konzentration mit der Zeit nach erfolgter Reaktorabschaltung ist aus Abb. 4.2/2 ersichtlich.

4.3. Samarium-Vergiftung

Im Prinzip können hierfür die gleichen Formeln wie zur Ermittlung der Xenon-Vergiftung verwendet werden. Das Sm^{149} entsteht aus dem Pm^{149} durch β -Zerfall mit einer Halbwertszeit von 47 Stunden. Im Gegensatz zum Xe^{135} ist das Sm^{149} aber ein stabiles Zerfallsprodukt und entsteht auch nicht als direktes Spaltprodukt bei der Kernspaltung ($\gamma_2 = 0$). Die Konstanten lauten für diesen Fall (vgl. [10], S. 506):

$$\lambda_1 = 3,85 \cdot 10^{-6} \text{ sec}^{-1}$$

$$\gamma_1 = 0,014$$

$$\sigma_1 = 0$$

$$\lambda_2 = 0$$

$$\gamma_2 = 0$$

$$\sigma_2 = 6,82 \cdot 10^{-20} \text{ cm}^2$$

$$\Sigma_{\text{sp}} = 8,062 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$$

$$\emptyset_0 = 1,35 \cdot 10^{14} \text{ n/cm}^2 \text{ sec.}$$

Als bemerkenswerte Tatsache ergibt sich hieraus und aus Gleichung (4.2.7) bzw. Gleichung (4.2.9), daß die Gleichgewichtskonzentration $c_2(\infty)$ von der therm. Flußdichte ϕ_0 unabhängig ausfällt und durch etwa $1,7 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ gegeben ist; sie ist erst nach ca. 20 Tagen Reaktorbetrieb vorhanden. Mit $\sigma_2 = 6,82 \cdot 10^{-20} \text{ cm}^2$ ergibt sich aus Gleichung (4.2.5) die hierdurch bedingte maximale Reaktivitätsänderung zu

$$\rho = - 0,73 \text{ \%}.$$

Nach erfolgter Reaktorabschaltung ($\phi_0 = 0$) steigt die Sm-Konzentration monoton an und erreicht nach weiteren 20 - 28 Tagen ihren Endwert von rund $5,6 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, der aber während der darauffolgenden Betriebsperiode wieder abgebaut wird. Die beiden Abbildungen 4.3/1 und 4.3/2 geben über die Konzentrationsänderungen während des Reaktorbetriebes und nach erfolgter Reaktorabschaltung Aufschluß.

4.4 Reaktivitätsänderung durch Blasenbildung

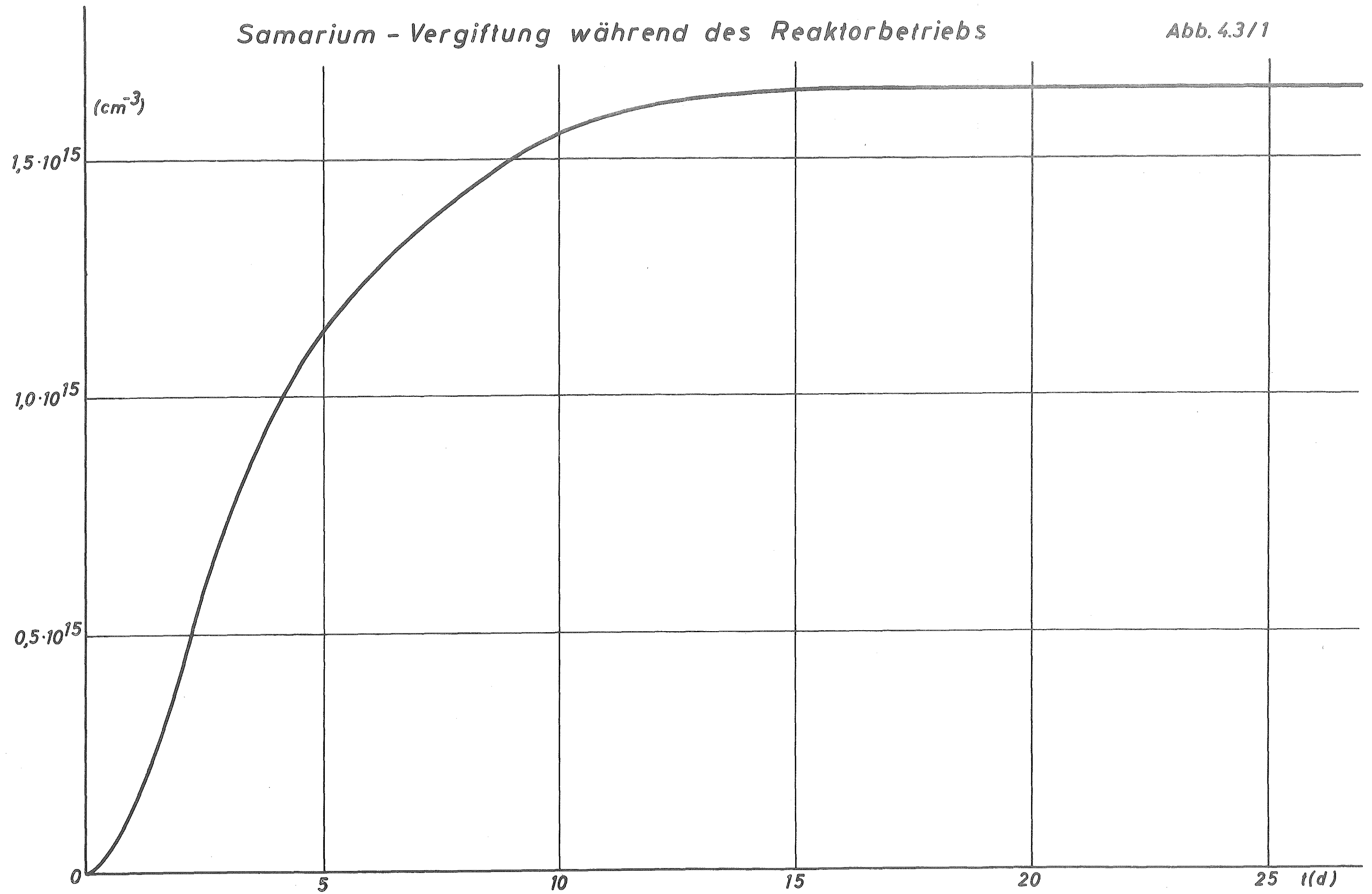
Für den Fall, daß es durch Temperaturanstieg im Reaktorkern zu einer Dampfblasenbildung im Schwerwassermoderator kommt, soll im folgenden eine Abschätzung der damit verbundenen Reaktivitätsänderung vorgenommen werden. Unter Berücksichtigung von $\delta(k_{\infty} \Sigma_{tK}) = 0$ folgt dann aus Formel (4.1.6) für die Reaktivitätsänderung

$$\rho = - \frac{1}{\Sigma_{tK}} \left\{ \bar{\Sigma}_{tM} S_{tK} - \bar{\Sigma}_{tM} \left(1 - \frac{1}{T_{tK}} \right) - D_{tK} \frac{\bar{\Sigma}_{tM}}{\bar{\Sigma}_{tK}} \mu_K^2 \frac{1}{T_{tK}} - \right. \quad (4.4.1)$$

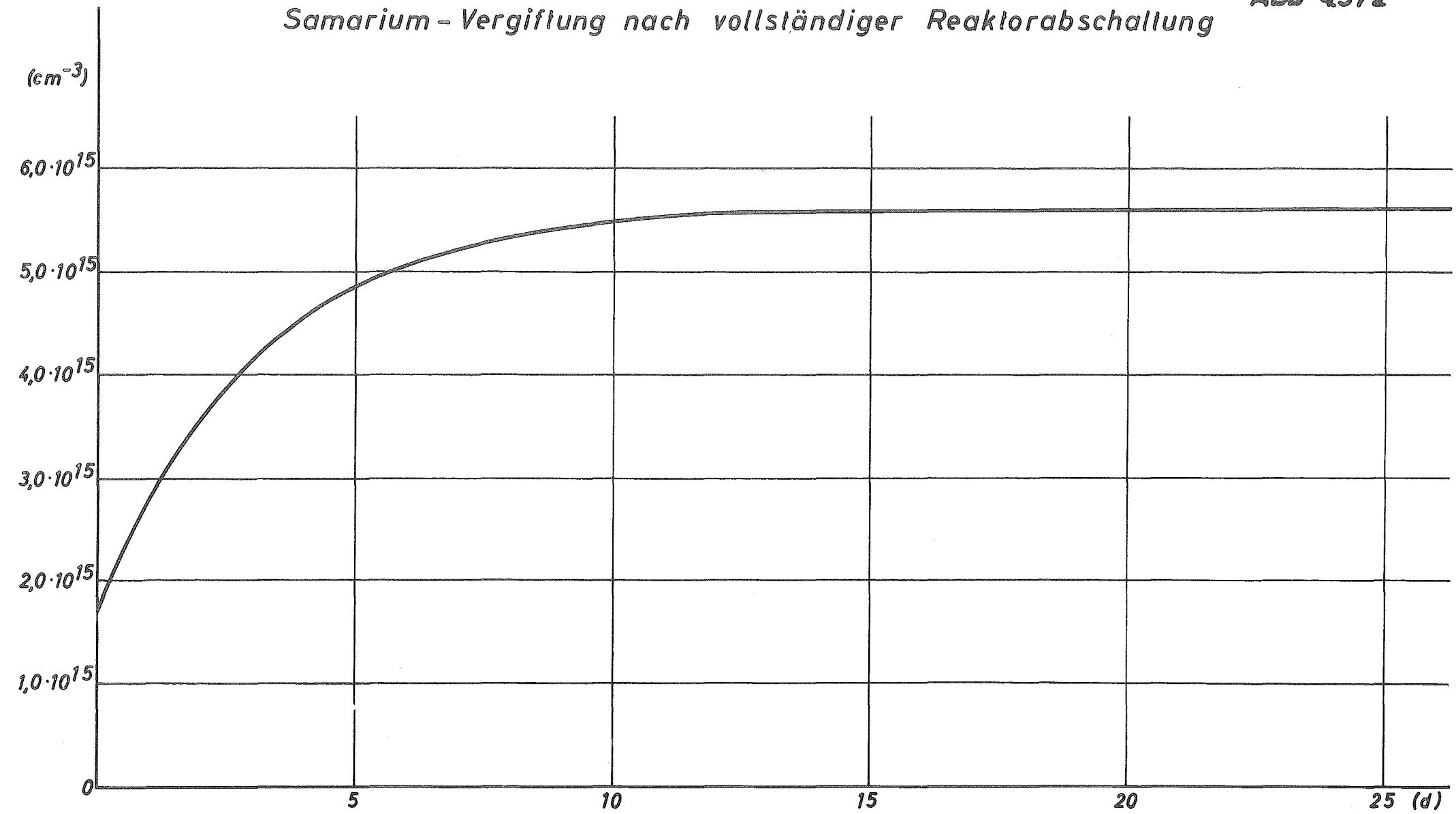
$$\left. D_{tK} \frac{\bar{\Sigma}_{tM}}{\bar{\Sigma}_{tK}} \mu_K^2 S_{tK} \right\} \frac{V_g}{V_M} \frac{\delta V_M}{V_g}.$$

Samarium - Vergiftung während des Reaktorbetriebs

Abb. 4.3/1



Samarium - Vergiftung nach vollständiger Reaktorabschaltung **Abb 43/2**



$$\Sigma_{sM} \approx \Sigma_{sK} = 8,167 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$$

$$\frac{1}{T_{1K}} = 0,7764$$

$$D_{sK} = 1,292 \text{ cm}$$

$$\Sigma_{trsM} = 0,2512 \text{ cm}^{-1}$$

$$\Sigma_{trsK} = 0,2581 \text{ cm}^{-1}$$

$$\mu_K^2 = 1,82 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$$

$$D_{tK} = 0,983 \text{ cm}$$

$$\Sigma_{trtM} = 0,3347 \text{ cm}^{-1}$$

$$\Sigma_{trtK} = 0,3393 \text{ cm}^{-1}$$

$$\frac{V_g}{V_M} = 1,076.$$

Mit diesen Werten ergab sich die Reaktivitätsänderung zu

$$\rho = 0,59 \frac{\delta V_M}{V_g}.$$

Da δV_M stets negativ ist, ergibt sich auch ρ negativ, d.h. das Auftreten von Dampfblasen im Kern ist mit einer Reaktivitätsabnahme verbunden.

Nimmt man etwa an, daß die Moderatorflüssigkeit innerhalb der Brennelemente vollständig verdampft, so würde dies einer Reaktivitätsänderung um - 8,3 % entsprechen. Diesbezügliche Messungen am Harweller DIMPLE (vgl. [5], S.17) führten zu einer beachtlich guten Übereinstimmung mit dem obigen, aus theoretischen Überlegungen gewonnenen Wert;

die Reaktivitätsänderung ergab sich nämlich zu
 $- 6,95 \pm 0,03 \%$.

4.5 Reaktivitätsänderung durch Abbrand

Der mittlere makroskopische Absorptionsquerschnitt des U^{235} ergibt sich für den Kern nach Formel (2.3.1.2) zu

$$\bar{\Sigma}(25) = \frac{\Sigma_b(25)}{1 + \frac{V_m \bar{\phi}_m}{V_b \bar{\phi}_b}},$$

wobei $\Sigma_b(25)$ den in Tab. 2.3.1.1 angegebenen U^{235} -Absorptionsquerschnitt bezogen auf die Brennelement-Box bedeutet.

Nun ist aber $\Sigma_b(25)$ der vorhandenen Brennstoffmenge M innerhalb eines Brennelementes proportional, d.h. es gilt

$$\Sigma_b(25) = \frac{N_L \bar{\sigma}_a(25)}{235 V_b} M$$

mit

$$N_L = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \text{ (Loschmidtsche Zahl)}$$

$$\bar{\sigma}_a(25) = \text{mikroskopischer Absorptionsquerschnitt für } U^{235} \text{ in cm}^2$$

$$M = \text{Brennstoffmenge (} U^{235} \text{) einer Brennelement-Box in Gramm}$$

$$V_b = \text{Volumen einer Brennelement-Box in cm}^3;$$

folglich ist auch $\bar{\Sigma}(25)$ der vorhandenen Brennstoffmenge je Brennelement proportional. Definiert man den Abbrand A durch

$$A = \frac{\delta M}{M},$$

so muß zufolge der obigen Erklärung auch

$$A = \frac{\delta M}{M} = \frac{\delta \bar{\Sigma}(25)}{\bar{\Sigma}(25)}$$

gelten. Aus

$$K_{\infty} \Sigma_{1K} = \gamma \bar{\Sigma}(25)$$

folgt somit weiter

$$\delta(K_{\infty} \Sigma_{1K}) = \gamma \delta \bar{\Sigma}(25) = \gamma \bar{\Sigma}(25) \cdot A. \quad (4.5.1)$$

Geht man nunmehr mit (4.5.1) in Gleichung (4.1.6) und setzt

$$\delta \Sigma_{1K} = 0$$

$$\delta D_{1K} = \delta D_{1K} = 0,$$

so erhält man für die Reaktivitätsänderung durch Abbrand die überaus einfache Beziehung

$$\rho = \frac{\delta M}{M} \left(1 - \frac{\bar{\Sigma}(25)}{\Sigma_{1K}} S_{1K} \right). \quad (4.5.2)$$

Mit $\delta M/M = -0,25$ (maximaler Abbrand: - 25 %),
 $\bar{\Sigma}(25) = 9,593 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$, $S_{1K} = 0,5275$ und
 $\Sigma_{1K} = 8,167 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ ergibt sich aus (4.5.2)

$$\rho = -9,5 \text{ \%}.$$

Ein 25%iger gleichmäßiger Abbrand entspricht einer Reaktorbetriebszeit von 68,3 Tagen bei 10 MW Reaktorleistung; mithin beträgt die tägliche Reaktivitätsänderung bedingt durch Abbrand

$$\rho = - 0,14 \text{ \%/Tag.}$$

4.6. Temperaturkoeffizient der Reaktivität

Die nachstehende Berechnung stützt sich in ihren wesentlichsten Teilen auf den im Literaturverzeichnis unter [12] angegebenen Bericht.

Der Temperaturkoeffizient der Reaktivität kann für den vorliegenden Zweck mit hinreichender Genauigkeit nach der Formel

$$\begin{aligned} \frac{1}{k_{eff}} \frac{\partial k_{eff}}{\partial T} = & \frac{1}{k_{\infty} \Sigma_{tk}} \frac{\partial (k_{\infty} \Sigma_{tk})}{\partial T} - \alpha_2 \frac{1}{\Sigma_{tk}} \frac{\partial \Sigma_{tk}}{\partial T} + (1 - \alpha_1) \frac{1}{\bar{\Sigma}_{sk}} \frac{\partial \bar{\Sigma}_{sk}}{\partial T} \\ & - (1 - \alpha_2) \frac{1}{\beta_{tk}} \frac{\partial \beta_{tk}}{\partial T} - (1 - \alpha_1) \frac{1}{\beta_{sk}} \frac{\partial \beta_{sk}}{\partial T} - \left[(1 - \alpha_2) + (1 - \alpha_1) \right] \frac{1}{\beta_g^2} \frac{\partial \beta_g^2}{\partial T} \end{aligned} \quad (4.6.1)$$

berechnet werden.

Streng genommen stellt Gleichung (4.6.1) den Temperaturkoeffizienten des effektiven Multiplikationsfaktors dar, doch sieht man sofort, daß sich wegen

$$\rho = \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}}$$

der Temperaturkoeffizient der Reaktivität $\frac{\partial \rho}{\partial T}$ zu

$$\frac{\partial \rho}{\partial T} = \frac{1}{k_{eff}^2} \frac{\partial k_{eff}}{\partial T} = (1 - \rho) \frac{1}{k_{eff}} \frac{\partial k_{eff}}{\partial T}$$

ergibt, was für $\rho \approx 0$ aber mit (4.6.1) praktisch identisch ist.

Die einzelnen in (4.6.1) aufgeführten Terme ergeben sich wie folgt:

$$\frac{1}{k_{\infty} \bar{\epsilon}_{TK}} \frac{\partial (k_{\infty} \bar{\epsilon}_{TK})}{\partial T} = \frac{1}{\bar{\epsilon}(25)} \frac{\partial \bar{\epsilon}(25)}{\partial T} = -\alpha_a - \frac{1}{2T} = -1,777 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\frac{1}{\bar{\epsilon}_{TK}} \frac{\partial \bar{\epsilon}_{TK}}{\partial T} = -\frac{1}{2T} - \alpha_a - (\alpha_{D_{20}} - \alpha_a) \frac{\bar{\epsilon}_{TM}}{\bar{\epsilon}_{TK}} = -1,778 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\frac{1}{\bar{\epsilon}_{JK}} \frac{\partial \bar{\epsilon}_{JK}}{\partial T} = \frac{1}{\frac{1}{\ln} \frac{E_0}{E_{\infty}}} - \alpha_a - (\alpha_{D_{20}} - \alpha_a) \frac{\bar{\epsilon}_{JM}}{\bar{\epsilon}_{JK}} = -0,1157 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\frac{1}{D_{TK}} \frac{\partial D_{TK}}{\partial T} = \alpha_a + (\alpha_{D_{20}} - \alpha_a + \frac{1}{2T}) D_{TK} \left(\frac{1}{D_{TD_{20}}} + \frac{1}{D_{TH_{20}}} \right) = 1,88 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\frac{1}{D_{JK}} \frac{\partial D_{JK}}{\partial T} = \alpha_a + (\alpha_{D_{20}} - \alpha_a) D_{JK} \left(\frac{1}{D_{JD_{20}}} + \frac{1}{D_{JH_{20}}} \right) = 0,196 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\frac{1}{B_g^2} \frac{\partial B_g^2}{\partial T} = -2\beta_a = -2 \cdot 2,38 \cdot 10^{-5}$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{1 + L_{TK}^2 B_g^2} = 0,7764$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{1 + L_{TK}^2 B_g^2} = 0,8844$$

$$1 - \alpha_1 = 0,2236$$

$$1 - \alpha_2 = 0,1156$$

Die in den obigen Ausdrücken auftretenden α_a und α_{D_2O} bedeuten die kubischen Ausdehnungskoeffizienten für Aluminium und Schwerwasser. β_α ist der lineare Ausdehnungskoeffizient für Aluminium. Als Ausgangstemperatur wurde $T = 293^\circ K$ gewählt. Zahlenwerte hierfür wurden aus [3], 9-16 und [10], S. 957, Tab. A13 entnommen.

Nimmt man die mittlere Energie der schnellen Neutronen zu $E_0 = 2 \text{ MeV}$ und die der therm. Neutronen mit $E_{th} = 0,025 \text{ eV}$ an, so ist

$$\ln(E_0/E_{th}) = 18,2.$$

Die zahlenmäßige Durchrechnung von (4.6.1) liefert für den Temperaturkoeffizienten

$$\frac{1}{k_{eff}} \frac{\partial k_{eff}}{\partial T} \bigg|_{T=293^\circ K} = -0,045 \% / ^\circ C$$

Dieser Wert zeigt wiederum eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit Harweller Meßwerten, wie aus [8], Anhang S. 42 zu entnehmen ist. Der dort gleichfalls mit $-0,045 \% / ^\circ C$ angegebene Wert ist als Gesamt-Temperaturkoeffizient aufzufassen. Der Temperaturkoeffizient des Reflektors hingegen spielt nur eine untergeordnete Rolle und beträgt etwa $-0,0074 \% / ^\circ C$.

4.7 Reaktivitätsbilanz

Der kalte, unvergiftete Kern besitzt nach Abschn.2.3.2 eine eingebaute Überschubreaktivität von 21,7 %. Die in den vorhergehenden Abschnitten 4.2. bis 4.6 besprochenen Effekte bewirken sämtlich eine Reaktivitätsverminderung. Im einzelnen ergibt sich folgende Aufteilung:

a) Xenon-Vergiftung	- 2,9 %	} nach Erreichen der Gleich- gewichtskonzentration
b) Samarium-Vergiftung	- 0,7 %	
c) Abbrand	- 2,9 %	nach 3-wöchigem 10 MW-Betr.
d) Temperaturkoeffizient	- 0,8 %	bei etwa 37°C Moderatortemp.
e) Experimente und sonstige Einbauten	-14,4 %	
	<hr/>	
	-21,7 %	

5. Reaktivitätseinfluß der Kontrollabsorber

5.1 Zusatz-Abschaltstäbe

Die folgenden Betrachtungen beziehen sich auf einen exzentrischen, zylindrischen Regelstab, der parallel zur Achse eines zylinderförmigen Reaktorkerns vollständig in denselben eingebracht wird. Die Berechnung der hierdurch kontrollierten Reaktivität kann so vorgenommen werden, daß man zunächst die Wirkung des zentralen Stabes ermittelt und die Exzentrizität durch einen entsprechenden Korrekturfaktor berücksichtigt. Es wird ferner angenommen, daß der Kontrollstab thermische Neutronen vollständig absorbiert (schwarzer Regelstab). Die Zweigruppen-Theorie liefert dann für die durch einen zentralen, schwarzen Regelstab kontrollierte Reaktivität folgenden Ausdruck (vgl. [10], S. 514):

$$\Delta \rho = \frac{1,45 \cdot M^2}{k_{\infty} R^2} \left\{ 0,116 \left(1 + \frac{\bar{\epsilon}}{L^2} \right) + \ln \frac{R}{2,405 r_0'} + \frac{\bar{\epsilon}}{L^2} \ln \left[\frac{L \sqrt{\bar{\epsilon}}}{M r_0'} \left(1 + \frac{\pi^2 L^2 \bar{\epsilon}}{4 M^2} \right)^{-1/2} \right] \right\}^{-1} \quad (5.1.1)$$

mit

$$\begin{aligned} M^2 &= \text{Wanderfläche } (\bar{\epsilon} + L^2) \\ R &= \text{extrapolierter Radius des zylindrischen Reaktors} \end{aligned}$$

H = extrapolierte Höhe des Reaktors
 r'_0 = effektiver Regelstabsradius.

Zwischen dem effektiven Regelstabsradius r'_0 und dem wahren Radius r_0 besteht die Relation

$$r'_0 = r_0 e^{-d/r_0}$$

und es bedeutet d den Extrapolationsabstand.

Die Exzentrizität des Regelstabes wird durch einen Korrekturfaktor berücksichtigt, der mit guter Näherung durch das Verhältnis der therm. Flußdichte-Quadrate an der dem Regelstab entsprechenden Stelle und in der Kernmitte darstellbar ist. (vgl. [10], S. 520). Bedeutet a den Abstand der Regelstabachse von der Reaktorachse, $\phi_t(a)$ die thermische Flußdichte in radialer Richtung in Höhe der Kernmitte und $\phi_t(0)$ die thermische Flußdichte im Kernzentrum, so hat der Korrekturfaktor die Form

$$f_k = \left[\frac{\phi_t(a)}{\phi_t(0)} \right]^2. \quad (5.1.2)$$

Der obige Ausdruck (5.1.1) ist also noch mit jenem Faktor f_k zu multiplizieren, wenn man die Wirkung des exzentrischen Kontrollstabes berechnen will.

Die beiden Zusatz-Abschaltstäbe des FRJ-2 haben nach [4], S. 44 einen Radius von ungefähr 2 cm und befinden sich jeweils etwa $19 \frac{1}{2}'' = 49,53$ cm von der Kernzylinderachse entfernt.

Der Extrapolationsabstand d kann anhand einer Kurve in [13], S. 213, Fig. 8.2 ermittelt werden. Hierzu benötigt man die freie Transportweglänge λ_{tr} für thermische Neutronen im Kern; diese ergibt sich wegen

$\lambda_{tr} = 1/\bar{\Sigma}_{tr}$ nach Abschnitt 2.3.1 zu

$$\lambda_{tr} = 2,95 \text{ cm.}$$

Man findet mittels der oben zitierten Kurve

$$d = 2,925 \text{ cm,}$$

und damit

$$r'_0 = 0,4634 \text{ cm.}$$

Der Reaktor ohne zusätzliche Kontrollabsorber hat wie gleichfalls in Abschnitt 2.3.1 dargelegt wurde einen Multiplikationsfaktor $k_{\infty} = 1,93$ und die geometrische Flußwölbung beträgt für den Kern mit 21,7 % eingebauter Überschußreaktivität $B_g^2 = 1,82 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$. Diese geometrische Flußwölbung setzt sich aus der radialen und achsialen Flußwölbung additiv nach der Gleichung

$$B_g^2 = \left(\frac{2,405}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H}\right)^2$$

zusammen, wobei R und H Zylinderradius und Zylinderhöhe des äquivalenten reflektorlosen Reaktors bedeuten. Diese Zylinderabmessungen betragen nach (2.3.2.5) und (2.3.2.6)

$$H = 121,7 \text{ cm}$$

$$R = 70,8 \text{ cm.}$$

Ferner hat man mit den in Abschn. 2.3.1 angegebenen Konstanten $\bar{\tau} = 139 \text{ cm}^2$ und $L_{tK}^2 = 95,2 \text{ cm}^2$

$$M^2 = 234,2 \text{ cm}^2.$$

Der Korrekturfaktor f_k läßt sich aus der radialen Flußdichteverteilung (vgl. Abb. 2.3.2/1) ermitteln und be-

trägt für den angegebenen Abstand $a = 49,53$ cm

$$f_k = 0,644.$$

Damit hat man sämtliche Parameter, um die durch einen Zusatz-Abschaltstab kontrollierte Reaktivität abschätzen zu können. Aus (5.1.1) folgt in Verbindung mit (5.1.2)

$$\Delta \rho = \frac{0,1804}{8,478} \cdot 0,644 = 0,0137.$$

Das entspricht einer kontrollierten Reaktivität von

$$\Delta \rho = 1,37 \text{ \%}.$$

Auch hier zeigt ein Vergleich des obigen Reaktivitätswertes mit experimentellen Befunden recht gute Übereinstimmung, obgleich der berechnete Wert etwas zu hoch liegt. In der Tat wird ja der Einfluß eines Kontrollabsorbers bei dem zugrunde gelegten Rechenverfahren stets etwas überschätzt, weil man annimmt, daß der Regelstab gänzlich in den äquivalenten Kernzylinder eingefahren wird. Praktisch erstreckt sich die Wirksamkeit eines Stabes aber nur über einen etwa der aktiven Länge der Brennelemente entsprechenden Bereich.

Die experimentell ermittelten Werte für die durch die Zusatz-Abschaltstäbe kontrollierten Reaktivitäten betragen nach [8], Anhang S. 41 maximal 1,11 und 1,02 %. Beide Stäbe zusammen kontrollieren etwa 2,2 % Reaktivität (vgl. [8], S. 5 und Fig. 38) in vollständig eingefahrener Lage. Die Tatsache, daß die Gesamtwirkung beider Stäbe größer ist als die Summe der Einzeleffekte findet ihre Erklärung vermutlich in einer positiven Abschattung.

Um die kontrollierten Reaktivitäten der Zusatz-Abschalt-

stäbe in Abhängigkeit von der Eintauchtiefe bzw. vom Abstand aus der voll eingefahrenen Lage abzuschätzen, kann man sich mit Vorteil einer aus der Eingruppen-Störungstheorie folgenden Formel für den teilweise eingefahrenen Regelstab bedienen (vgl. hierzu [10], S. 524).

Beträgt nämlich die Höhe des äquivalenten Kernzylinders H , so folgt für den Reaktivitätswert eines bis zur Höhe z^* ($-H/2 < z^* < H/2$) eingefahrenen Stabes

$$\Delta \rho(z^*) \sim \int_{z^*}^{H/2} \cos^2\left(\frac{\pi z}{H}\right) dz. \quad (5.1.3)$$

Die voll eingefahrene Lage sei durch $z = z_0$ charakterisiert. Dann folgt aus (5.1.3)

$$\frac{\Delta \rho(z^*)}{\Delta \rho(z_0)} = \frac{\Delta \rho(h^*)}{\Delta \rho(h_0)} = \frac{\int_{z^*}^{H/2} \cos^2\left(\frac{\pi z}{H}\right) dz}{\int_{z_0}^{H/2} \cos^2\left(\frac{\pi z}{H}\right) dz} = \frac{h^* - \frac{H}{2\pi} \sin \frac{2\pi h^*}{H}}{h_0 - \frac{H}{2\pi} \sin \frac{2\pi h_0}{H}}, \quad (5.1.4)$$

wenn h^* bzw. h_0 die zu z^* bzw. z_0 gehörige Eintauchtiefe des Stabes bedeutet. Zwischen h^* und z^* bzw. h_0 und z_0 besteht dann die Beziehung

$$h^* = \frac{H}{2} - z^*.$$

$$h_0 = \frac{H}{2} - z_0$$

Der Abstand aus der voll eingefahrenen Lage ist somit durch

$$d = \frac{H}{2} - z_0 - h^* = h_0 - h^*$$

gegeben.

Zufolge der obigen Erklärungen hat man beim FRJ-2

$$H/2 = 60,85 \text{ cm}; \quad z_o = -30,5 \text{ cm}$$

und damit

$$h_o = 91,35 \text{ cm.}$$

Abb. 5.1/1 zeigt, wie sich die kontrollierte Reaktivität der beiden Zusatz-Abschaltstäbe bei Zugrundelegung von $\Delta \rho_{\max} = \Delta \rho(z_o) = 2,2 \%$ mit dem Abstand d aus der voll eingefahrenen Lage ändert (ausgezogene Kurve). Daneben ist der experimentelle Befund nach [8], Fig. 38 durch die gestrichelt eingezeichnete Kurve wiedergegeben.

5.2. Feinkontrollstab

Formel (5.1.1) kann in Verbindung mit (5.1.2) auch zur Berechnung der durch den Feinkontrollstab bedingten Reaktivitätskontrolle dienen. Dieser Stab ist so ausgelegt, daß er maximal etwa 0,5 % Reaktivität aufnehmen kann. Er besitzt einen Radius von 1,45 cm und befindet sich nach [4], S. 39 ungefähr $24'' = 60,96 \text{ cm}$ von der Kernzylinderachse entfernt. Die Extrapolationslänge d berechnet sich mittels der in [13], S.213, Fig. 8.2 angegebenen Kurve zu

$$d = 3,059 \text{ cm,}$$

womit sich für den effektiven Stabradius

$$r_o' = 0,1759 \text{ cm}$$

ergibt.

Aus Abb. 2.3.2/1 entnimmt man den Korrekturfaktor f_k für $a = 60,96 \text{ cm}$ zu

$$f_k = 0,351.$$

Daher ergibt sich $\Delta \rho$ zu

$$\Delta \rho = \frac{0,1804}{10,86} \cdot 0,351 = 0,00583 = 0,583\%.$$

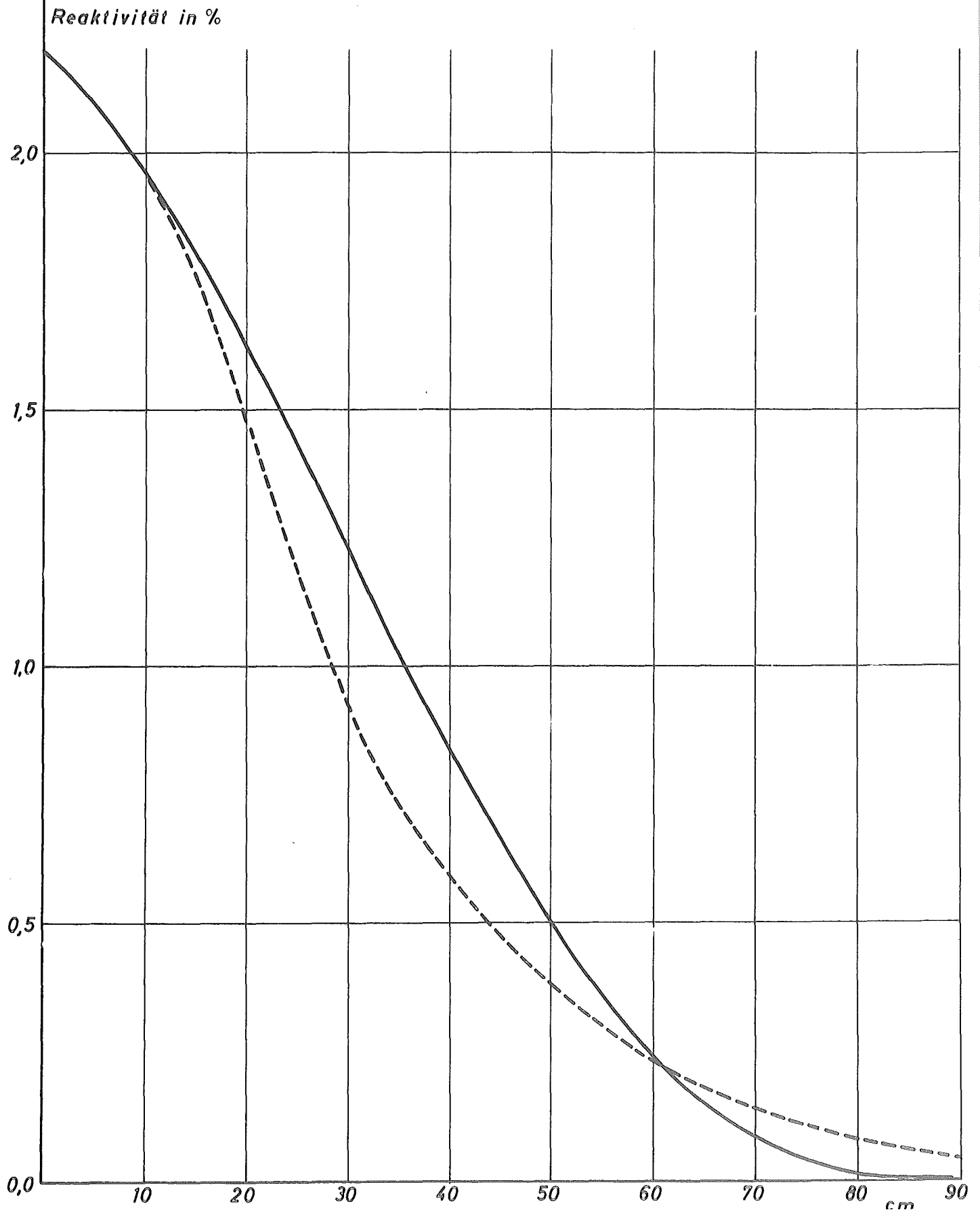
5.3 Grob-Kontrollarme

Die theoretische Behandlung der Grob-Kontrollarme hinsichtlich ihrer Wirkung auf das Reaktivitätsverhalten des Reaktors stößt sowohl wegen der für die Rechnung ungünstigen geometrischen Anordnung (die Längsrichtung der Kontrollarmblätter bildet mit der Kernzylinder-Symmetrieachse einen variablen von der Stellung der Arme abhängigen Winkel) als auch der überaus schlecht abschätzbaren gegenseitigen Beeinflussung der Arme auf große Schwierigkeiten. Ein Versuch, anhand geometrischer Überlegungen das Gesamtvolumen des im Kern vorhandenen Cadmiums in Abhängigkeit vom Kontrollarmwinkel zu ermitteln, um hieraus unter Berücksichtigung der Diffusionslänge im Absorbermaterial eine geeignete Homogenisierung des Absorbers über den gesamten Kern einschließlich Reflektorsparnis vorzunehmen, erscheint insofern wenig sinnvoll, als durch dieses Verfahren der gegenseitigen Kontrollarm-Wechselwirkung (negative Abschattung) keinerlei Rechnung getragen wird und die Wirkung der Kontrollarme hierdurch unter Umständen in hohem Maße überschätzt werden könnte.

Aus den genannten Gründen ist es daher vorteilhafter, sich auf empirisches Zahlenmaterial zu stützen, wie es aus [8], Anhang S. 41 sowie Fig. 7 und Fig. 16 zu entnehmen ist. Anhand dieser Daten ersieht man, daß der kritische Zustand des Reaktors mit 21,7 % eingebauter Überschußreaktivität bei einer Winkelstellung von $4,1^\circ$

Sicherheitsstäbe

Kontrollierte Reaktivität in Abhängigkeit vom Abstand
aus volleingefahrener Lage



(gemessen aus der Ruhelage) erreicht wird. Die gesamte, von den Kontrollarmen maximal kontrollierte Reaktivität beträgt zufolge dieser Angaben 25,4 %, während auf den einzelnen Arm nach [8] , S. 13 maximal etwa 6 % entfallen. Der negative Abschattungseffekt wird hier besonders deutlich. Andererseits bietet die Kontrollarm-Anordnung aber den Vorteil, daß bei einem etwaigen Ausfall eines Blattes die gegenseitige negative Abschattung weniger stark ins Gewicht fällt und die restlichen fünf Arme einen Teil der Funktion des ausgefallenen Armes übernehmen.

6. Reaktorkinetik

6.1 Neutronenlebensdauer

Der Zusammenhang der stabilen Reaktorperiode T mit der Reaktivität ρ des Reaktors wird durch die Inhour-Gleichung

$$\rho = \frac{\Delta k_{eff}}{k_{eff}} = \sum_i \frac{\beta_i}{1 + \lambda_i T} + \frac{1}{T} \frac{\int_{Reaktor} \left[\frac{\phi_s^* \phi_s}{\bar{v}_s} + \frac{\phi_t^* \phi_t}{\bar{v}_t} \right] dV}{\int_{Kern} \frac{k_{\infty} \Sigma_{FK}}{\rho} \phi_s^* \phi_t dV} \quad (6.1.1)$$

(vgl. [10] , S. 503) wiedergegeben. In obiger Gleichung (6.1.1) haben die einzelnen Größen folgende Bedeutung:

β_i = Bruchteil verzögerter Neutronen der i-ten Gruppe je freigewordenes Spaltneutron

λ_i = Zerfallskonstante der i-ten Gruppe

ϕ_s = schnelle Flußdichte

ϕ_s^* = adjungierte schnelle Flußdichte

ϕ_t = therm. Flußdichte

ϕ_t^* = adjungierte therm. Flußdichte

\bar{v}_s = mittlere Geschwindigkeit der schnellen Neutronen

\bar{v}_t = mittlere Geschwindigkeit der thermischen Neutronen

p = Resonanzdurchlaßfaktor

Der Ausdruck

$$\tau_g = k_{eff} \cdot \frac{\int_{\text{Reaktor}} \left[\frac{\phi_s^* \phi_s}{\bar{v}_s} + \frac{\phi_t^* \phi_t}{\bar{v}_t} \right] dV}{\int \frac{k_{\infty} \bar{\Sigma}_{rk}}{p} \phi_s^* \phi_t dV} = k_{eff} \tau_g^* \quad (6.1.2)$$

wird als mittlere Lebensdauer einer Generation von prompten Neutronen bezeichnet. τ_g setzt sich aus der Moderations- und Diffusionszeit zusammen. Erstere ist im Vergleich zur letzteren unwesentlich klein und kann daher verglichen mit jener vernachlässigt werden. Denkt man sich den Reflektor durch Kernsubstanz entsprechend der radialen und achsialen Reflektorerparnis ersetzt und vernachlässigt den Resonanzdurchlaßfaktor p , der im Falle des FRJ-2 ohnehin nur wenig von 1 verschieden ist, so folgt aus (6.1.2) für den kritischen Zustand ($k_{eff} = 1$) unter Berücksichtigung der unter (4.1.5) angegebenen Formeln für die Flußdichten und adjungierten Flußdichten:

$$\tau_g^* = \frac{1}{\bar{v}_t} \frac{1}{\Sigma_{rk} + D_{rk}/l_k^2} \frac{R^2 H \cdot J_1^2(2,405)}{R_0^2 [J_0^2(\mu_{rk} R_0) + J_1^2(\mu_{rk} R_0)] \left[H_0 + \frac{\sin(\mu_{rk} \frac{H_0}{2})}{\mu_{rk}} \right]} \quad (6.1.3)$$

Mit

$$\left. \begin{aligned}
 \mu_{rK} &= 3,397 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1} \\
 \mu_{zK} &= 2,581 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1} \\
 R &= 70,8 \text{ cm} \\
 H &= 121,7 \text{ cm} \\
 R_0 &= 43 \text{ cm} \\
 H_0 &= 61 \text{ cm}
 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \end{aligned} \quad \begin{aligned} & \\ & \text{(vgl. (2.3.2.5)} \\ & \text{und (2.3.2.6).)} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \overline{v_t} &= 2,2 \cdot 10^5 \text{ cm/sec} \\
 \Sigma_{tk} &= 1,369 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1} \\
 D_{tK} &= 0,983 \text{ cm} \\
 \mu_K^2 &= 1,82 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}
 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & \\ & \\ & \text{(vgl. Abschn. 4.1)} \end{aligned}$$

ergibt sich somit aus (6.1.3)

$$\tau_g^* = 0,444 \cdot 10^{-3} \text{ sec.} \quad (6.1.3)$$

Auch dieser Wert zeigt erstaunlich gute Übereinstimmung mit den in [8], Anhang S. 43 angegebenen Zahlen, wonach die mittleren Neutronenlebensdauern zwischen 0,35 und 0,59 m sec liegen sollen. Experimente am Harweller Pluto (siehe obiges Literaturzitat) berechtigen jedoch zu der Annahme, daß der Wert von 0,4 m sec niemals unterschritten wird.

6.2 Reaktorperiode als Funktion der Reaktivität

Der funktionale Zusammenhang zwischen Reaktorperiode und Reaktivität wird, wie in 6.1 dargelegt, durch die Inhour-Formel (6.1.1) beschrieben. Unter Berücksichtigung von 6 Gruppen verzögerter Neutronen aus U^{235} -Spaltungen sowie 8 weiterer Gruppen von Photoneutronen, bedingt durch γn -Reaktionen am Schwerwasser, ergeben sich die in Tabelle 6.2.1 aufgeführten β_i -Werte, die anhand von [3], 8 - 4, Tab. 3 und [7], S. 40, Tab. 1-24 sowie [3], 8 - 3, Tab. 1 berechnet wurden.

Tab. 6.2.1 β_i -Werte für 14 verschiedene Gruppen verzögerter Neutronen aus U^{235} -Spaltungen und γn -Reaktionen am Schwerwasser.

Gruppe	$\tau_{1/2}$ [sec]	λ [sec ⁻¹]	β_i
1	55,72	0,01244	0,0002105
2	22,72	0,03051	0,001401
3	6,22	0,1114	0,001255
4	2,30	0,3013	0,002526
5	0,610	1,136	0,0007368
6	0,230	3,013	0,0002672
7	2,5	0,2772	0,00078
8	41	0,01690	0,00024
9	144	0,004813	0,000084
10	462	0,001500	0,000040
11	1620	0,0004278	0,000025
12	5940	0,0001167	0,000028
13	15840	0,00004376	0,0000039
14	190800	0,000003633	<u>0,0000012</u> 0,0075986

Mit den in obiger Tabelle 6.2.1 angegebenen Zahlenwerten läßt sich nach Vorgabe der stabilen Reaktorperiode T die zugehörige Reaktivität vermöge der Gleichung (6.1.1) leicht ermitteln. Die Rechnung wurde sowohl für die in Tab. 6.2.1 aufgeführten 6 ersten verzögerten Neutronengruppen aus U^{235} -Spaltungen als auch unter Berücksichtigung sämtlicher 14 Gruppen durchgeführt. Der diesbezügliche Sachverhalt ist aus Tab. 6.2.2 sowie den beiden Abbildungen 6.2/1 und 6.2/2 ersichtlich. Anhand dieser Gegenüberstellung ist ein Vergleich der zu gleichen Reaktorperioden gehörigen Reaktivitätswerte möglich. Man erkennt so, daß die maximale Abweichung der Reaktivitätswerte für $T = 1000$ sec etwa 55 % beträgt.

Tab. 6.2.2 : Zusammenhang zwischen Reaktorperiode und Reaktivität

Reaktorperiode T [sec]	Reaktivität unter Berücksichtigung		prozentuale Abweichung für ρ
	d. ersten 6 Gruppen	sämtlicher Gruppen	
1000	0,0081 %	0,018 %	55
500	0,016 "	0,029 "	45
100	0,064 "	0,090 "	29
50	0,11 "	0,14 "	21
10	0,26 "	0,32 "	19
5	0,34 "	0,42 "	19
1	0,55 "	0,65 "	15
0,5	0,64 "	0,75 "	15
0,1	1,1 "	1,2 "	8

6.3 Die kinetischen Gleichungen

Bei Untersuchungen über das kinetische Verhalten eines Reaktors benutzt man vielfach die zeitabhängige Diffusionsgleichung für therm. Neutronen der Fermi-Alter-Diffusionstheorie unter Einbeziehung der im System wirksamen verzögerten Neutronen. In der zeitabhängigen Diffusionsgleichung

$$\partial \Delta \phi - \bar{\Sigma}_a \phi + S = \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t}, \quad (6.3.1)$$

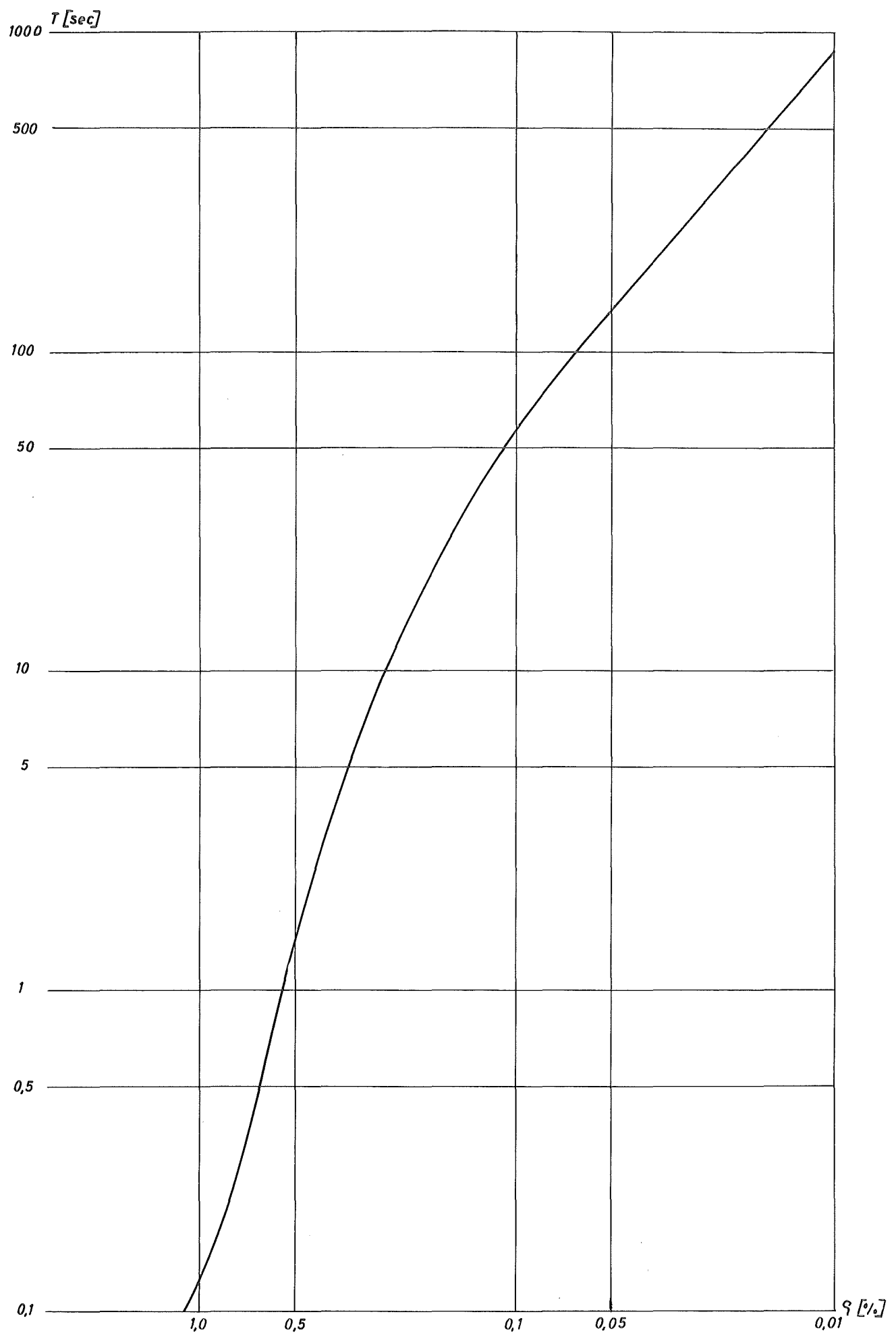
n bedeutet die Neutronendichte und v die mittlere Geschwindigkeit der therm. Neutronen, hat dann der Quellterm S folgendes Aussehen

$$S = (1-\beta) k_{\infty} \bar{\Sigma}_a \phi e^{-\beta_g^2 \tau_p} + \sum_i \lambda_i c_i e^{-\beta_g^2 \tau_i}. \quad (6.3.2)$$

In dieser Gleichung (6.3.2) bedeutet $\beta = \sum_i \beta_i$ den Gesamtbruchteil der verzögerten Neutronen je freigewordenes Spaltneutron, c_i die Konzentration des i -ten, verzögerte Neutronen emittierenden Spaltproduktes und λ_i die betreffende Zerfallskonstante. Der Faktor $\exp(-\beta_g^2 \tau_p)$ stellt naturgemäß die Nichtentweichwahrscheinlichkeit der prompten schnellen Neutronen und $\exp(-\beta_g^2 \tau_i)$ die der verzögerten Neutronen der i -ten Gruppe dar (vgl. [14]).

Zu diesen beiden Gleichungen (6.3.1) und (6.3.2) tritt noch als weitere Gleichung die Beziehung

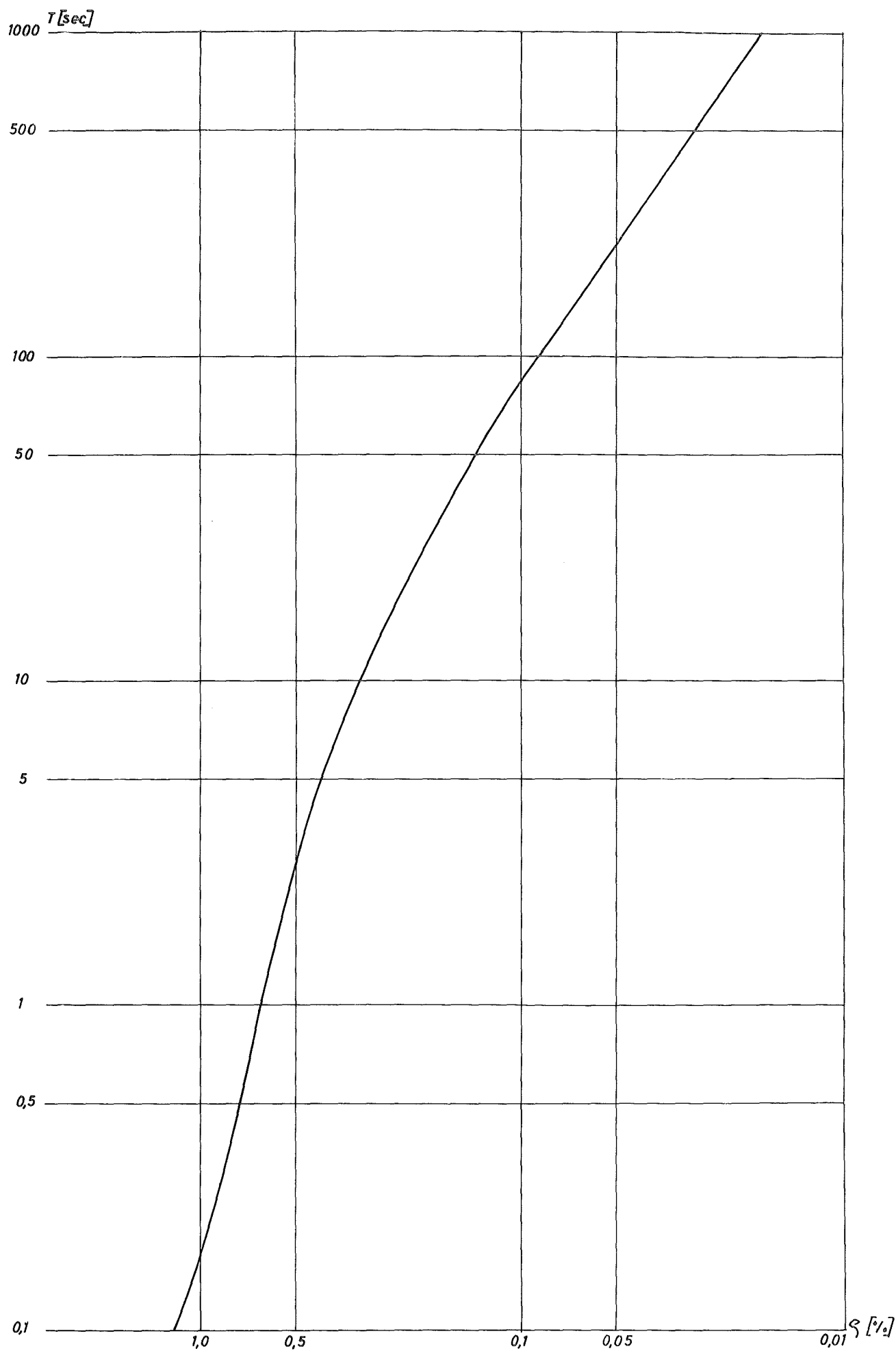
$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = -\lambda_i c_i + k_{\infty} \beta_i \bar{\Sigma}_a \phi \quad (6.3.3)$$



Reaktorperiode T als Funktion der
Reaktivität ρ

Ohne Berücksichtigung der Photoneutronen

Abb. 6.2/1



Reaktorperiode T als Funktion der
Reaktivität ρ

Mit Berücksichtigung der Photoneutronen

Abb. 6.2/2

für die zeitliche Konzentrationsänderung der Spaltproduktkerne hinzu. In den obigen Gleichungen (6.3.2) und (6.3.3) wurde der Resonanzdurchlaßfaktor p durchweg vernachlässigt, was mit Rücksicht auf die nachfolgende numerische Auswertung für den FRJ-2 statthaft ist.

Einsetzen von (6.3.2) in (6.3.1) liefert

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \lambda \Delta \phi + [(1-\beta) k_{\infty} e^{-\beta_p^2 \tau_p - 1}] \bar{\epsilon}_a \phi + \sum_i \lambda_i c_i e^{-\beta_p^2 \tau_i}. \quad (6.3.4)$$

Sofern sich nun das System in der Nähe des Gleichgewichtszustandes ($k_{\text{eff}} \approx 1$) befindet, bedeutet die Einführung der Wellengleichung

$$\Delta \phi + \beta_p^2 \phi = 0 \quad (6.3.5)$$

eine zulässige Vereinfachung des Problems und man gewinnt somit aus (6.3.4), wenn man gleichzeitig durch Integration über das Reaktorvolumen zu entsprechenden Mittelwerten von n , ϕ und c_i übergeht

$$\frac{dn}{dt} = [(1-\beta) k_{\infty} e^{-\beta_p^2 \tau_p} - (1 + L^2 \beta_p^2)] \bar{\epsilon}_a \phi + \sum_i \lambda_i c_i e^{-\beta_p^2 \tau_i}. \quad (6.3.6)$$

Führt man zur Abkürzung die Symbole

$$\alpha_p = e^{-\beta_p^2 \tau}$$

(Nichtentweichwahrscheinlichkeit der schnellen Neutronen)

$$\mathcal{L}_p = e^{-\beta_g^v \tau_p}$$

$$\mathcal{L}_{v_i} = e^{-\beta_g^v \tau_i}$$

$$\mathcal{L}_t = \frac{1}{1 + L^2 \beta_g^v}$$

ein, dann geht Gleichung (6.3.6) mit

$$k_{\text{eff}} = k_{\infty} \mathcal{L}_s \mathcal{L}_t$$

und $\emptyset = n v$ über in

$$\frac{dn}{dt} = (1-\beta) k_{\text{eff}} \frac{\mathcal{L}_p}{\mathcal{L}_s} \frac{\bar{\Sigma}_a v}{\mathcal{L}_t} n - \frac{\bar{\Sigma}_a v}{\mathcal{L}_t} n + \bar{\Sigma}_i \lambda_i c_i \mathcal{L}_{v_i}. \quad (6.3.7)$$

Für einen reflektorlosen Reaktor ist aber der Ausdruck

$$\frac{\Sigma_a v}{\mathcal{L}_t}$$

mit $1/\tau_g^*$ identisch, wie man sofort erkennt, wenn man beachtet, daß für diesen Fall der Integrationsbereich im Zähler und Nenner von (6.1.2) derselbe ist. Mithin hat man statt (6.3.7)

$$\frac{dn}{dt} = (1-\beta) \frac{k_{\text{eff}}}{\tau_g^*} \frac{\mathcal{L}_p}{\mathcal{L}_s} n - \frac{n}{\tau_g^*} + \bar{\Sigma}_i \lambda_i c_i \mathcal{L}_{v_i}. \quad (6.3.8)$$

Nach [14] gilt für die Nichtentweichwahrscheinlichkeit \mathcal{L}_s der schnellen Neutronen

$$\mathcal{L}_s = (1-\beta) \mathcal{L}_p + \bar{\Sigma}_i \beta_i \mathcal{L}_{v_i}, \quad (6.3.9)$$

woraus sich mit

$$\gamma_i = \frac{\mathcal{L}_{vi}}{\mathcal{L}_s} = \frac{e^{\beta_i^2 \bar{v}}}{e^{\beta_i^2 v_i}} \quad (6.3.10)$$

$$(1-\beta) \frac{\mathcal{L}_p}{\mathcal{L}_s} = 1 - \sum_i \gamma_i \beta_i \quad (6.3.11)$$

ergibt und Gleichung (6.3.8) in

$$\frac{dn}{dt} = (k_{eff} - 1 - k_{eff} \sum_i \gamma_i \beta_i) \frac{n}{\mathcal{L}_p^*} + \sum_i \lambda_i c_i^* \quad (6.3.12)$$

mit

$$c_i^* = c_i \mathcal{L}_{vi}$$

übergeht. Aus (6.3.3) folgt dann entsprechend

$$\frac{dc_i^*}{dt} = -\lambda_i c_i^* + \frac{k_{eff}}{\mathcal{L}_p^*} \gamma_i \beta_i n. \quad (6.3.13)$$

Da die Reaktorleistung P jedoch der mittleren therm. Neutronendichte proportional ist, kann man in den Gleichungen (6.3.12) und (6.3.13) n durch P sowie c_i^* durch P_i^* (P_i^* hat hier die Bedeutung einer der Konzentration c_i^* äquivalenten Leistung) ersetzen und erhält dann wegen der Definition

von ρ aus den genannten Gleichungen

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\rho - \sum_i \gamma_i \beta_i}{\xi_g'} \rho + \sum_i \lambda_i P_i^* \quad (6.3.14)$$

$$\frac{dP_i^*}{dt} = -\lambda_i P_i^* + \frac{\gamma_i \beta_i}{\xi_g'} \rho \quad (6.3.15)$$

Hierbei ist $\xi_g' = \xi_g^* / k_{\text{eff}}$ für $k_{\text{eff}} \approx 1$ nur wenig von ξ_g^* verschieden.

Mit dem durch die Gleichungen (6.3.14) und (6.3.15) für $\rho > 0$ gegebenen Leistungsanstieg des Reaktors ist natürlich bedingt durch die ständig größer werdende Zahl der Spaltungen je Zeiteinheit ein Temperaturanstieg im Brennstoff und dem die Brennstoffplatten umgebenden Kühl- sowie Reflektormedium verknüpft. Diese Temperaturänderung im Kern bleibt auf die beginnende Leistungsexkursion nicht ohne Einfluß, vielmehr wirkt der in Abschnitt 4.6 behandelte und im allgemeinen negative Temperaturkoeffizient hemmend auf den zunächst zunehmenden zeitlichen Flußdichteverlauf und vermag bei entsprechend geringen Reaktivitätszugaben den Reaktor auf einem höheren Leistungs- und Temperaturniveau zu stabilisieren.

Für eine vorsichtige Abschätzung des mit einer Reaktivitätszugabe verknüpften Leistungs- und Temperaturverlaufs empfiehlt sich ein idealisiertes Rechenverfahren, das in seinen Grundzügen wie folgt umrissen werden kann:

Bei einer mittleren Brennstofftemperatur T_U , einer mittleren Kühlmittel-, Moderator- und Reflektor-Temperatur T_M und einer Wärmekapazität C_U sämtlicher Brennelemente berechnet sich die zeitliche Temperaturänderung im Brennstoff nach der Gleichung

$$\frac{dT_U}{dt} = \frac{P - hA (T_U - T_M)}{C_U} . \quad (6.3.16)$$

Hierin bedeutet P wie bisher die Reaktorleistung, h die Wärmedurchgangszahl für den Wärmeübergang von der Brennstoffumhüllung zum Kühlmittel und A die gesamte wärmeabgebende Fläche im Kern.

Die in der Zeiteinheit von den Brennstoffplatten abgegebene Wärmemenge $h A (T_U - T_M)$ verteilt sich mehr oder weniger rasch auf den Moderator und den Reflektor. Nimmt man an, daß diese Durchmischung augenblicklich vonstatten geht, so stellt dies eine für die Abschätzung äußerst pessimistische Annahme dar. Andererseits wird aber ein Teil der dem Moderator und Reflektor innewohnenden Energie in den Wärmetauschern an das Sekundärkreislauf-System abgegeben. Bezeichnet man die Kühlmittel-Eintrittstemperatur mit T_e , die Durchflußmenge je Zeiteinheit mit w , die spezifische Wärme der Kühlflüssigkeit bei konstantem Druck mit c_p und die Wärmekapazität des Moderators und Reflektors mit C_M , so gilt

$$\frac{dT_M}{dt} = \frac{hA (T_U - T_M) - c_p w (T_M - T_e)}{C_M} . \quad (6.3.17)$$

Die in Gleichung (6.3.14) auftretende Größe ρ enthält jetzt sowohl die von außen her dem System als Funktion der Zeit zugeführte Reaktivität $\rho_o(t)$ als auch die durch den Temperaturkoeffizienten bedingte Reaktivitätsänderung, so daß also

$$\rho = \rho_o(t) + \alpha (\bar{T}_M - \bar{T}_M(o)) \quad (6.3.18)$$

wird, wenn α den Temperaturkoeffizienten der Reaktivität und $\bar{T}_M(o)$ die dem stationären Anfangszustand des Reaktors entsprechende mittlere Moderator- und Reflektortemperatur bedeutet.

Das zu lösende System gekoppelter Differentialgleichungen hat somit die Form

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{[\rho_o(t) + \alpha(\bar{T}_M - \bar{T}_M(o))] - \sum_i \lambda_i \beta_i}{\sum_i \beta_i} \rho + \sum_i \lambda_i \rho_i^* \quad (6.3.19)$$

$$\frac{d\rho_i^*}{dt} = -\lambda_i \rho_i^* + \frac{\lambda_i \beta_i}{\sum_i \beta_i} \rho \quad (6.3.20)$$

$$\frac{d\bar{T}_M}{dt} = \frac{\mu(\bar{T}_U - \bar{T}_M) - C_p \Phi (\bar{T}_M - T_e)}{C_M} \quad (6.3.21)$$

$$\frac{d\bar{T}_U}{dt} = \frac{\rho - \mu(\bar{T}_U - \bar{T}_M)}{C_U} \quad (6.3.22)$$

mit

$$\mu = hA$$

und den Anfangsbedingungen:

$$P(0) = P_0 \quad (6.3.23)$$

$$\left. \frac{dP_i^*}{dt} \right|_{t=0} = 0 \quad (6.3.24)$$

$$\left. \frac{dT_M}{dt} \right|_{t=0} = \left. \frac{dT_U}{dt} \right|_{t=0} = 0 \quad (6.3.25)$$

6.4 Kinetisches Verhalten des FRJ-2 bei sprunghaften Reaktivitätsänderungen

Für das unter (6.3.19) bis (6.3.22) aufgeführte gekoppelte System von Differentialgleichungen ist eine Lösung in Form eines geschlossenen analytischen Ausdrucks nicht angebar; vielmehr ist man hier auf numerische Integrationsmethoden bzw. die Zuhilfenahme eines Analogrechners angewiesen.

Bei der Ausführung der numerischen Integration empfiehlt es sich, die insgesamt in Tab. 6.2.1 angegebenen 14 Gruppen verzögerter Neutronen auf eine einzige Gruppe zu reduzieren. Setzt man den in Gleichung (6.3.10) definierten Quotienten γ_i der Nichtentweichwahrscheinlichkeiten verzögerter und schneller Neutronen gleich 1, so wird die Abschätzung pessimistisch und die mittlere Zerfallskonstante berechnet sich dann nach [1], S. 303 zu

$$\lambda = \frac{\beta}{\sum_i \beta_i t_i} = \frac{\beta}{\sum_i \frac{\beta_i}{\lambda_i}}, \quad (6.4.1)$$

wobei $\beta = \sum_i \beta_i$ und $t_i = 1/\lambda_i$ die mittlere Lebensdauer des

i-ten verzögerte Neutronen aussendenden Spaltprodukts bedeutet. Vernachlässigt man ferner bei der Berechnung von λ nach Gleichung (6.4.1) die beiden letzten in Tab. 6.2.1 angegebenen Neutronengruppen, wodurch das Ergebnis gleichfalls pessimistisch beeinflusst wird, so ergibt sich mit $\beta = 7,5935 \cdot 10^{-3}$

$$\lambda = 1,715 \cdot 10^{-2} \text{ sec}^{-1}.$$

Für den Temperaturkoeffizienten der Reaktivität hat man nach Abschn. 4.6

$$\alpha = -4,5 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

zu setzen und τ'_g ergibt sich wegen Gleichung (6.1.3) zu

$$\tau'_g \approx \tau_g^* = 4,44 \cdot 10^{-4} \text{ sec.}$$

Die gesamte wärmeabgebende Fläche im Kern des FRJ-2 beträgt bei einer Breite von 6 cm für eine Brennstoffplatte, einer aktiven Kernhöhe von 61 cm bei insgesamt 25 Brennelementen mit je 10 Brennstoffplatten

$$A = 1,830 \cdot 10^5 \text{ cm}^2.$$

Bei einer Wärmedurchgangszahl von annähernd

$$h = 0,417 \text{ cal/sec cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (siehe Gleichung (3.2.4))}$$

hat man

$$\mu = 0,3194 \text{ MW/}^\circ\text{C}.$$

Die gesamte Wärmekapazität der Metallteile der Brennelemente beträgt

$$C_U = 6,308 \cdot 10^{-2} \text{ MW sec/}^\circ\text{C}$$

und für die Wärmekapazität des Moderators und Reflektors findet man bei ca. 100 cm Al-Tank-Innenradius und 182 cm D₂O-Höhe unter Abzug der Metallvolumina im Kern mit $c_p = 1,005 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$ für D₂O

$$C_M = 26,47 \text{ MW sec}/^\circ\text{C}.$$

Bei einer Kühlmitteldurchflußmenge von $w = 3,65 \cdot 10^5 \text{ g/sec}$ ergibt sich $c_p w$ zu

$$c_p w = 1,535 \text{ MW}/^\circ\text{C}.$$

Die Gleichgewichtstemperaturen $T_U(o)$ und $T_M(o)$ für den stationären Dauerbetrieb bei $P_o = 10 \text{ MW}$ Reaktorleistung ergeben sich aus den Gleichungen (6.3.21) und (6.3.22) für

$$\frac{dT_M}{dt} = \frac{dT_U}{dt} = 0$$

bei einer Kühlmittel-Eintrittstemperatur von $T_e = 28^\circ\text{C}$ (vgl. Abschn. 3.2) zu

$$T_U(o) = 65,82^\circ\text{C}$$

und

$$T_M(o) = 34,52^\circ\text{C}.$$

Die Funktion $\varphi_o(t)$ wird als Sprungfunktion definiert, d. h. es ist

$$\varphi_o(t) = 0 \text{ für } t < 0$$

und

$$\varphi_o(t) = \varphi_o \text{ für } t \geq 0.$$

Das obige Gleichungssystem (6.3.19) bis (6.3.22) wurde für $\varphi_o = 5 \cdot 10^{-3}$ numerisch ausgewertet. Diese Reaktivitätszugabe entspricht etwa dem Kontrollbereich des

Feinkontrollstabes. Die Ergebnisse der Rechnung sind aus den Abbildungen 6.4/1 bis 6.4/3 zu entnehmen.

Aus den genannten Abbildungen ist ersichtlich, daß bereits innerhalb der ersten Sekunde nach der sprunghaften Reaktivitätszugabe eine Maximalleistung von annähernd 30 MW erreicht wird. Hierauf erfolgt ein langsames zeitliches Abklingen der Leistung; nach 15 sec auf etwa 21 MW. Die Brennstofftemperatur erhöht sich gleichfalls innerhalb der ersten Sekunde von $65,82^{\circ}\text{C}$ auf etwa 126°C , um hierauf wieder abzufallen und einem neuen Gleichgewichtswert zuzustreben. Die Moderatortemperatur hingegen steigt nur sehr langsam an und erreicht nach 15 sec erst einen Wert von $39,2^{\circ}\text{C}$.

Abschließend sollen nochmals die zur Berechnung von P , T_U und T_M nach Gleichung (6.3.19) bis (6.3.22) gemachten Annahmen zusammengefaßt werden.

Zunächst wurde vorausgesetzt, daß die Kühlmittel-Eintrittstemperatur trotz anfänglich zunehmender Reaktorleistung während eines Zeitraums von 15 sec praktisch konstant bleibt. Der Wert wurde mit $T_e = 28^{\circ}\text{C}$ angesetzt und entspricht der Schwerwasser-Eintrittstemperatur bei stationärem 10 MW-Betrieb. In Wirklichkeit jedoch wird diese Temperatur wenn auch nur geringfügig ansteigen. Andererseits steckt in den benutzten Gleichungen die äusserst pessimistische Annahme, daß der Temperatúrausgleich im Kühlmittel, Moderator und Reflektor ohne zeitliche Verzögerung vonstatten geht. Weiterhin wurde angenommen, daß die sowohl im Brennstoff als auch im Moderator und Reflektor vorhandenen Wärmequellen sich einzig und allein in den Brennstoffplatten befinden. Aber auch die Wärmedurchgangs-

Reaktorleistung P als Funktion der Zeit für $\beta_0 = 0,5\%$

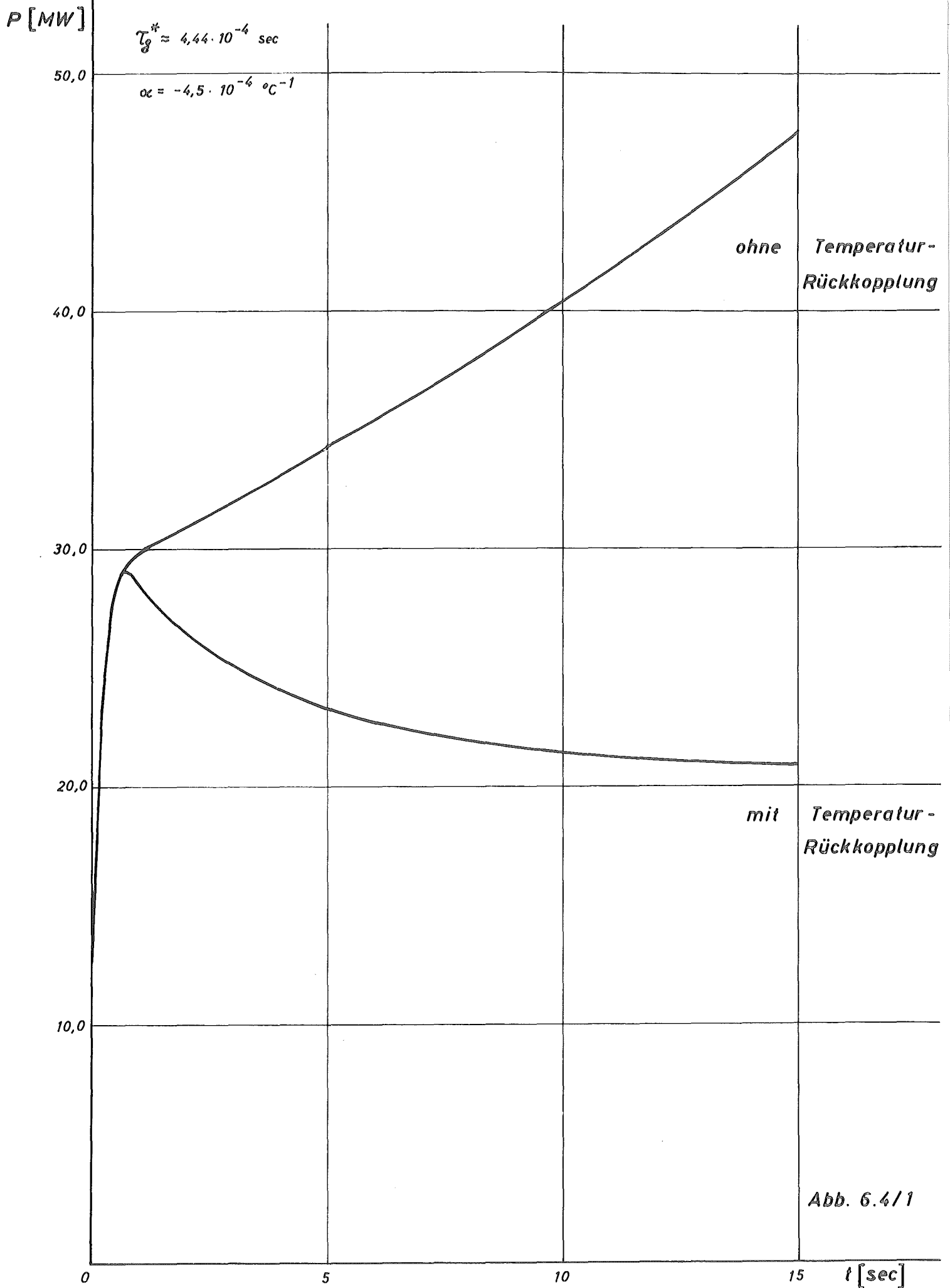
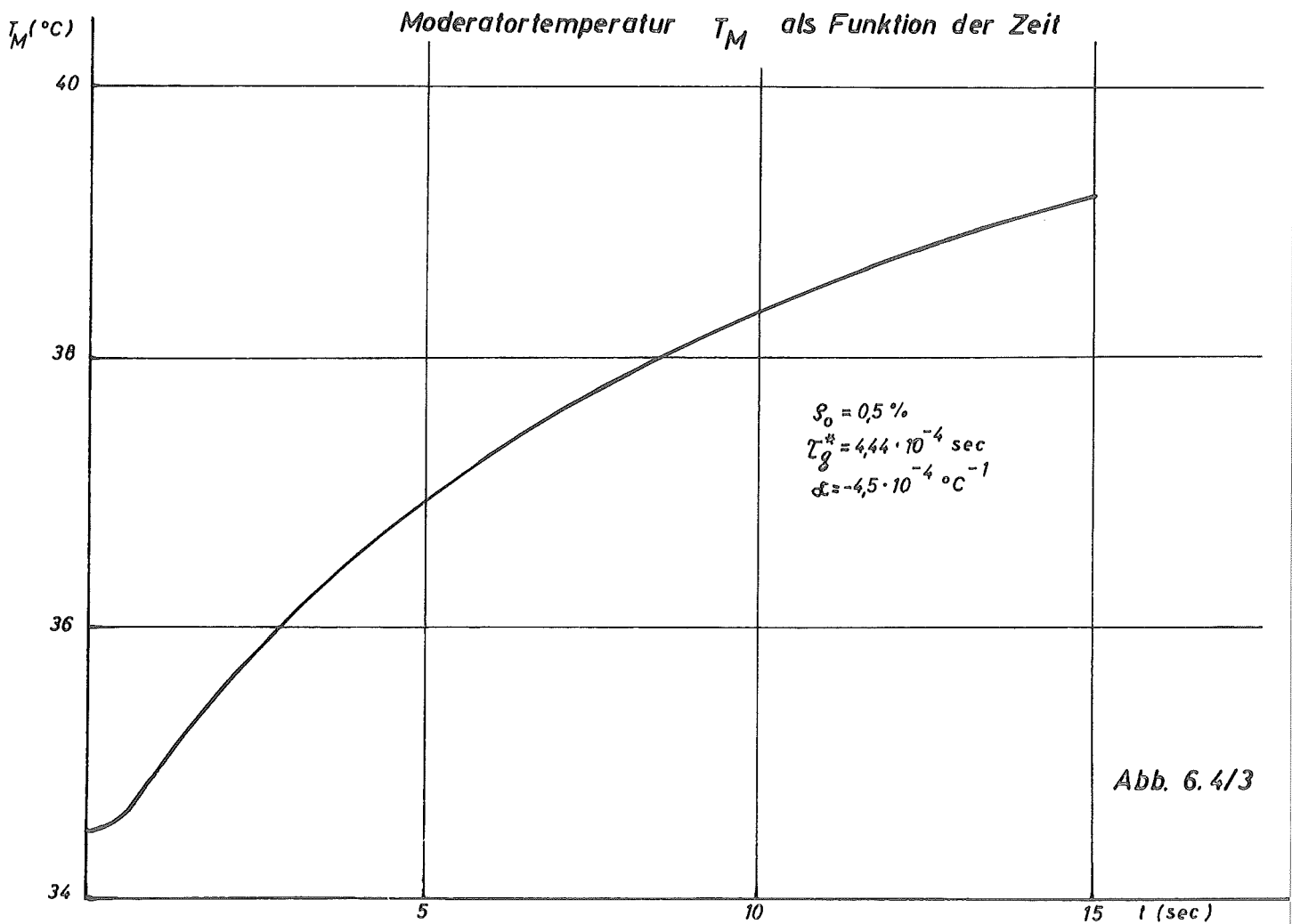
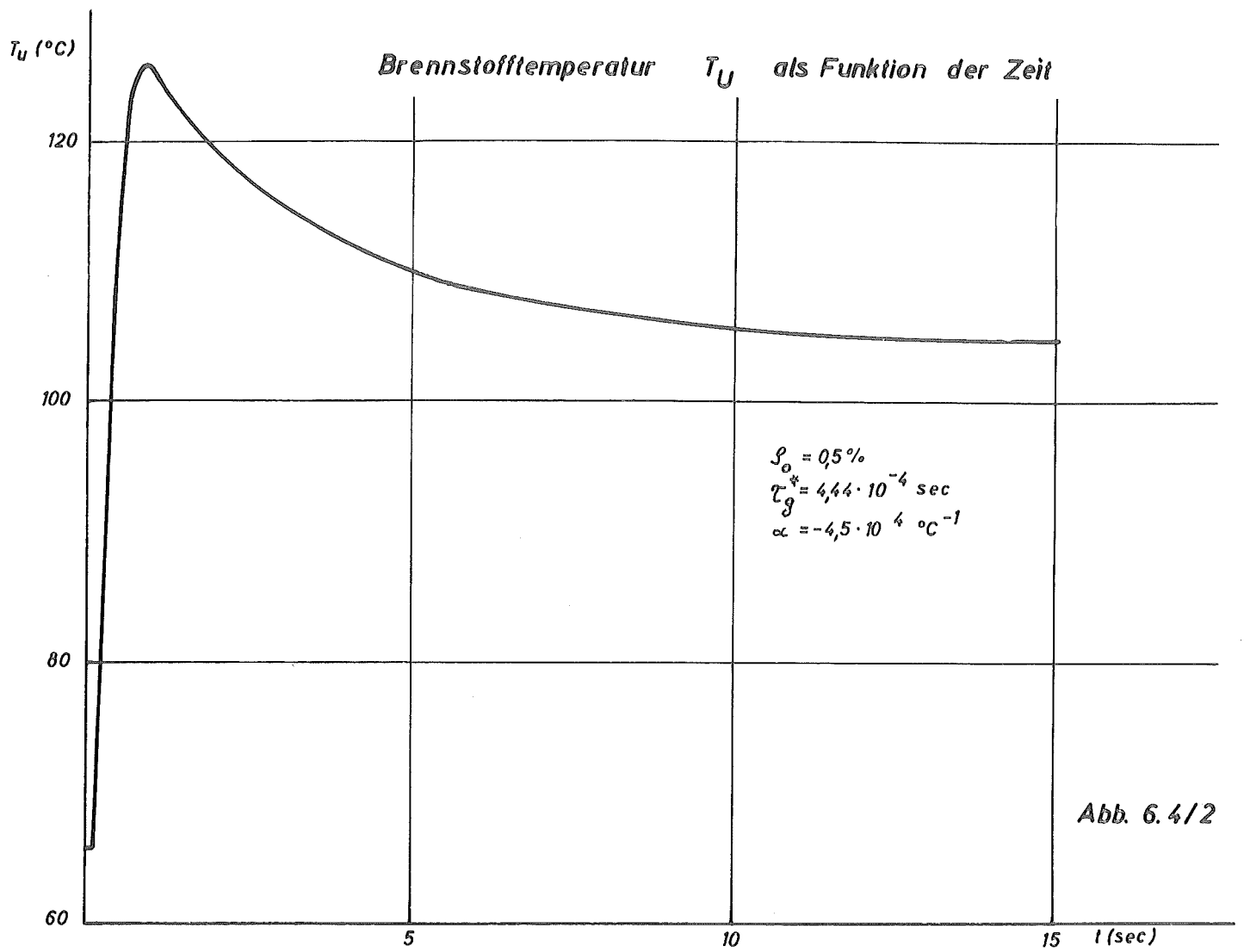


Abb. 6.4/1



zahl wurde als konstant vorausgesetzt, während sie nach Tab. 3.2.1 als Funktion der Temperatur aufzufassen ist und mit zunehmender Kühlmitteltemperatur zunächst ansteigt. Erst bei einsetzendem Filmsieden ist mit einer erheblichen Reduktion des Wärmeleitvermögens zu rechnen. Dieser Zustand soll aber aufgrund Harweller Messungen (vgl. [8], S. 14) erst bei einer Reaktorleistung von 36 MW eintreten.

Sämtliche getroffenen Voraussetzungen führen somit offensichtlich dazu, daß die Moderator- bzw. Reflektortemperaturen zu niedrig, die Brennstofftemperaturen und die Reaktorleistungen aber zu hoch eingeschätzt werden. Mit hin können die aus Abb. 6.4/1 entnehmbaren Zahlenwerte für die Reaktorleistung P als auf der sicheren Seite liegend angesehen werden.

7. Nachtrag zur Kernberechnung

Nach Fertigstellung des in den vorangegangenen Abschnitten behandelten Fragenkomplexes, der hauptsächlich im Hinblick auf die Erstellung des Sicherheitsberichtes für den FRJ-2 (DIDO) zusammenfassend dargestellt wurde, erfolgte eine erneute Berechnung der radialen und axialen Flußdichteverteilung für den vollständig beladenen Kern ($\rho = 21,7\%$), diesmal jedoch unter Berücksichtigung der unsymmetrischen Endreflektor-Anordnung des Reaktors.

Zu diesem Zwecke wurden die Kern- und Reflektorparameter einer nochmaligen Durchsicht unterworfen und, wo dies erforderlich schien, entsprechend den neuesten verfügbaren Daten korrigiert. So wurde z. B. statt der früher (vgl. Abschn. 2.3.1) benutzten Schwerwasser-Isotopenreinheit

von 99,8 Gew.-% nunmehr eine solche von 99,75 % verwendet. Andererseits wurden bei der Berechnung der Schwerwasser-Parameter für den oberhalb und unterhalb des Kerns gelegenen D₂O-Reflektor die wichtigsten Aluminium-Strukturteile (vgl. [4] , S. 17 und Fig. 21 sowie [15] , S. 15) mitberücksichtigt. Auch wurde der wahrscheinlicheren Brennstoffanreicherung von 80 % Rechnung getragen, während den bisherigen Abschätzungen eine 93%ige Anreicherung zugrunde lag. Die entsprechend abgeänderten Kern- und Reflektorparameter ergeben sich wie folgt:

a) Kern ($\rho = 21,7 \%$)

$$k_{\infty} = 1,4487$$

$$D_{sK} = 1,2938 \text{ cm}, \quad D_{tK} = 0,98160 \text{ cm}$$

$$\Sigma_{sK} = 8,2148 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}, \quad \Sigma_{tK} = 1,3754 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$$

$$K_{sK}^2 = 6,3494 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}, \quad K_{tK}^2 = 1,4012 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-2}$$

$$S_{1K} = 0,52923$$

$$S_{2K} = -1,0268$$

$$\mu_K^2 = 1,8012 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$$

$$\nu_K^2 = 2,2163 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-2}$$

b) Oberer Schwerwasser-Reflektor

$$D_{sN} = 1,2439 \text{ cm},$$

$$D_{tN} = 0,94859 \text{ cm}$$

$$\Sigma_{sN} = 9,9258 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}, \quad \Sigma_{tN} = 2,3872 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

$$K_{sN}^2 = 7,9796 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}, \quad K_{tN}^2 = 2,5166 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-2}$$

$$S_N = -1,3540$$

c) Unterer Schwerwasser-Reflektor

$$D_{sM} = 1,3085 \text{ cm},$$

$$D_{tM} = 1,0034 \text{ cm}$$

$$\Sigma_{sM} = 9,2427 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}, \quad \Sigma_{tM} = 1,0972 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$$

$$K_{sM}^2 = 7,0636 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}, \quad K_{tM}^2 = 1,0935 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$$

$$S_M = -1,5429$$

d) Radialer Schwerwasser-Reflektor

$$D_{sM} = 1,2331 \text{ cm},$$

$$D_{tM} = 0,93950 \text{ cm}$$

$$\Sigma_{sM} = 1,0046 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1}, \quad \Sigma_{tM} = 8,6879 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$$

$$K_{sM}^2 = 8,1473 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}, \quad K_{tM}^2 = 9,2473 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-2}$$

$$S_M = -1,3276$$

c) Unterer und radialer Graphit-Reflektor

$$D_{sR} = 0,91575 \text{ cm},$$

$$D_{tR} = 0,91575 \text{ cm}$$

$$\Sigma_{sR} = 2,5158 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1},$$

$$\Sigma_{tR} = 3,42 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

$$K_{sR}^2 = 2,7472 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2},$$

$$K_{tR}^2 = 3,7346 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-2}$$

$$S_R = -1,1573$$

Mit

$$2h = 60,96 \text{ cm}$$

Kernzylinderhöhe und den Reflektorabmessungen

$$\left. \begin{aligned} t &= z_2 - z_1 = 62,910 \text{ cm} \\ d &= z_1 - h = 45 \text{ cm} \\ e &= -h - z_3 = 78,335 \text{ cm} \end{aligned} \right\} \text{ (vgl. Abb. 2.2.3/1)}$$

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= 100,33 \text{ cm} \\ R_2 &= 162,61 \text{ cm} \end{aligned} \right\} \text{ (vgl. Abb. 2.2.2./1)}$$

ergibt sich der Kernradius zu

$$R_0 = 41,72 \text{ cm.}$$

Die radiale und achsiale Flußdichteverteilung im Kern und den angrenzenden Reflektoren ist aus den beiden Abbildungen 7/1 und 7/2 ersichtlich.

Radiale
Flußdichteverteilung
bei 10 MW

$$\overline{\phi}_{SK} = 1,8 \cdot 10^{14} \text{ n/cm}^2 \text{ sec}$$

$$\overline{\phi}_{IK} = 1,3 \cdot 10^{14} \text{ n/cm}^2 \text{ sec}$$

$\phi \text{ [n/cm}^2 \text{ sec]}$

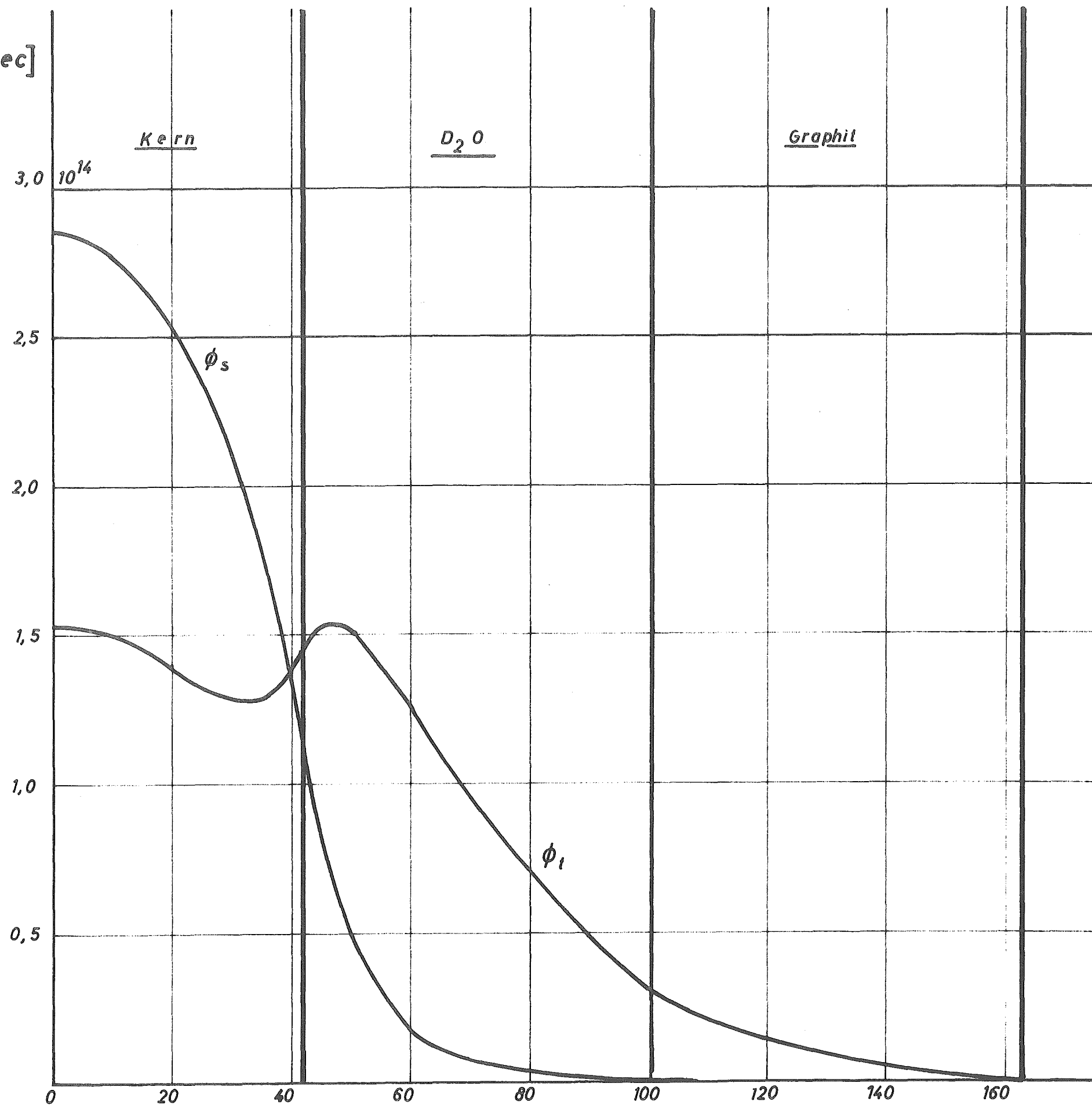
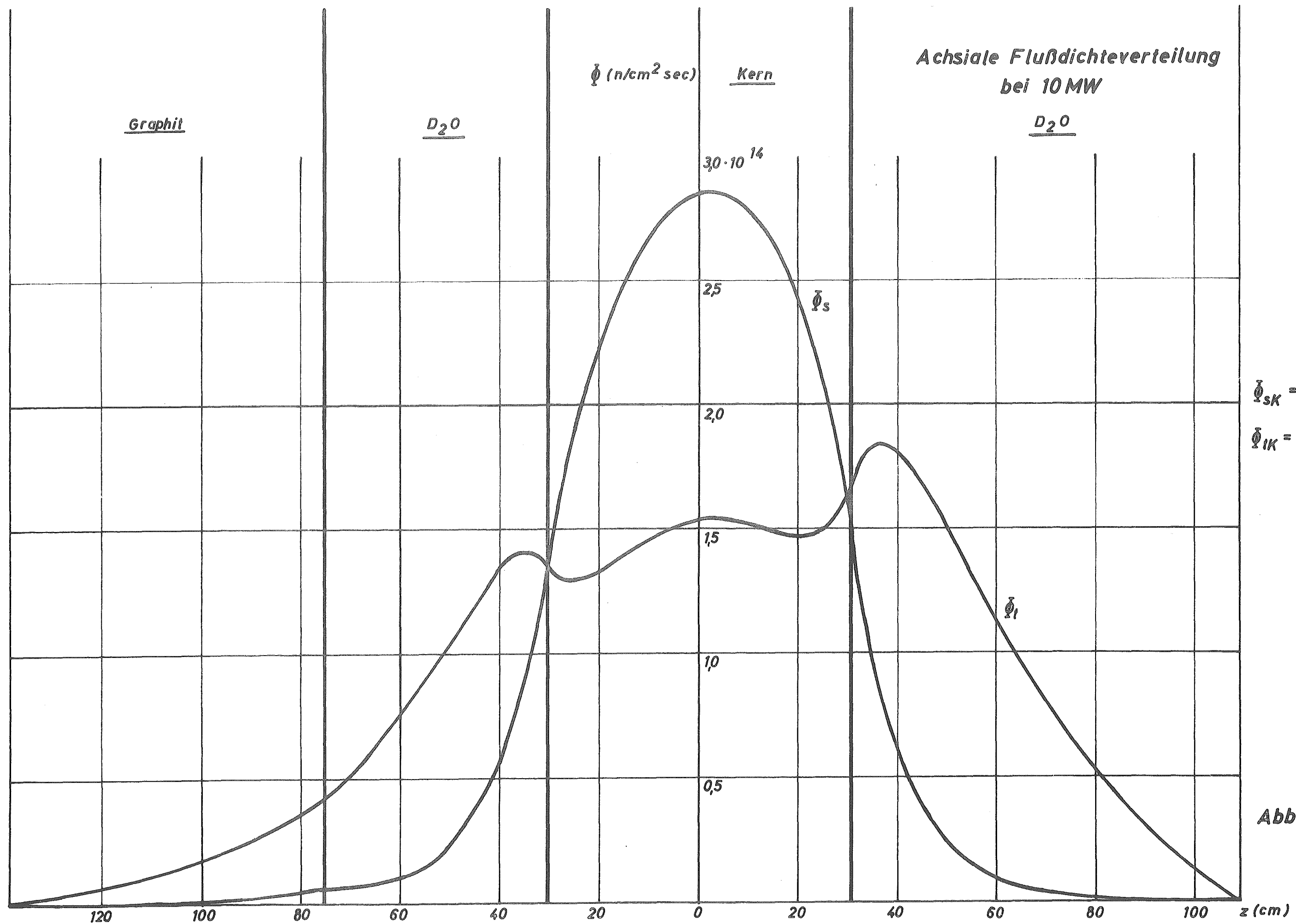


Abb. 7/1

$r \text{ [cm]}$



Literatur

- 1.) Glasstone, S. and Edlund, M.C.,
The Elements of Nuclear Reactor Theory,
D. van Nostrand Company Inc. (1958), S. 238 ff.
- 2.) Craig, D. S. and Pearce, R. M.,
Prediction of the Physical Properties of PTR,
CRRP - 672 (1957)
- 3.) Etherington, H.,
Nuclear Engineering Handbook,
Mc Graw-Hill Book Company Inc., (1958), S. 6-70 ff.
- 4.) Halliday, D.B. and Bobin, K. J.,
DIDO: - A Descriptive Manual Prepared for Operating
and Maintenance Staff.
POC Memo 201, Second Issue, 1958
- 5.) Hicks, D.,
Experiments with DIDO/PLUTO Mock-Ups in DIMPLe,
AERE R/R 2337,
Harwell 1957
- 6.) Spinney, K. T.,
An investigation into the causes of a discrepancy
in the theoretically predicted k_{∞} for enriched
uranium heavy water lattices,
AERE T/M 166, Harwell 1958
- 7.) ANL - 5800
Reactor Physics Constants
- 8.) Barrett, B. F. and Deere, M. T.,
The Safety of Dido Class Reactors,
AERE - R 2920, Harwell 1959

- 9.) Glasstone, S.,
Principles of Nuclear Reactor Engineering,
D. van Nostrand Company, Inc. (1958)
- 10.) Riezler, W. und Walcher, W.,
Kerntechnik,
B.G. Teubner Verlagsgesellschaft mbH., Stuttgart
1958
- 11.) Grömm, H.
Die Einflußfunktion des Reaktors mit Reflektor nach
der Zweigruppen-Diffusionsmethode
Z. f. angew. Physik einschl. Nukleonik Bd.9,
Heft 7, 1957
- 12.) Keech, G.L. and Pearce, R.M.,
Calculated Temperature Coefficient for several
Loadings of the Pool Test Reactor,
CRRP - 724 (1958)
- 13.) Murray, R.L.,
Nuclear Reactor Physics, Mac Millan & Co. Ltd., 1959
- 14.) Cooper, P. N. and Mathams, R. F.,
Proposed Definition of Reactivity for MERLIN
(Sub. No. 36/1/60)
- 15.) Olshausen, K.D.,
Berechnung der Überschußreaktivität des DIDO-
Reaktors, Jülich, den 22.7. 1960